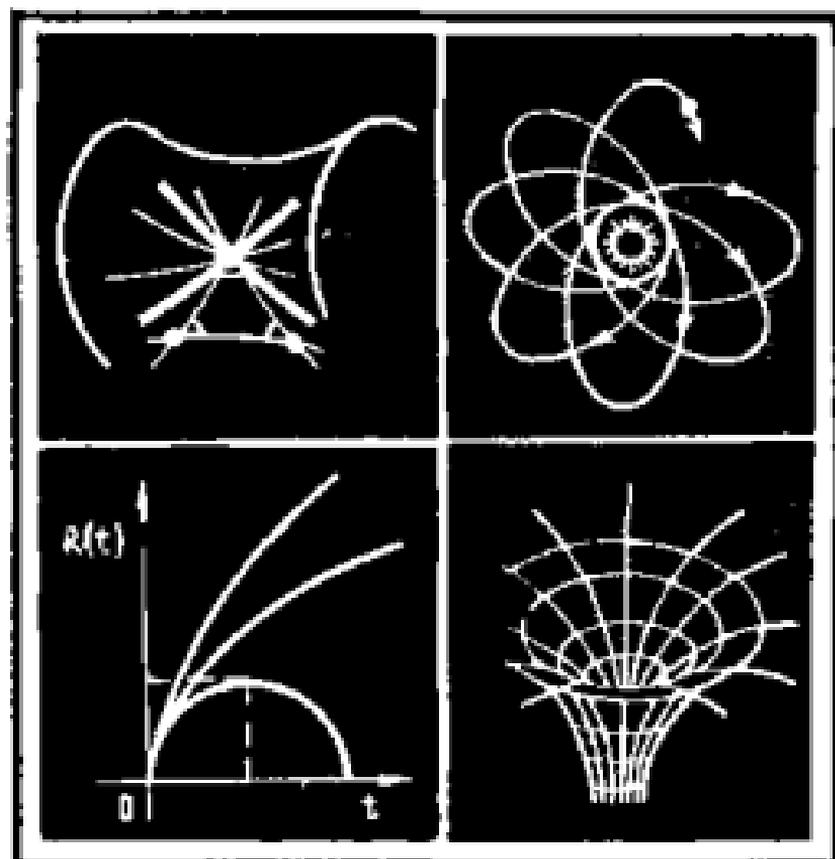


Ю. С. ВЛАДИМИРОВ, Н. В. МИЦНЕВИЧ И ХОРСНИ

ПРОСТРАНСТВО,  
ВРЕМЯ,  
ГРАВИТАЦИЯ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
Серия «Наука и технический прогресс»

Ю. С. ВЛАДИМИРОВ  
Н. В. МИЦКЕВИЧ  
Я. ХОРСКИ

**ПРОСТРАНСТВО  
ВРЕМЯ  
ГРАВИТАЦИЯ**

Ответственный редактор  
академик АН БССР  
Ф. И. ФЕДОРОВ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

Москва 1984

**В.57** Владимир Ю. С., Мицкевич Н. В., Хорски Я.  
**Пространство, время, гравитация.**—М.: Наука, 1984.—208 с.  
ил.— (Серия «Наука и технический прогресс»).

В книге дается популярный обзор развития идей о пространстве, времени и гравитации с древнейших времен до наших дней и обсуждаются перспективы дальнейшего развития этой области физики и математики.

Книга рассчитана на студентов и специалистов, занимающихся физикой и смежными с ней науками.

Ил. 19. Табл. 1. Библиогр. 82 назв.

17.4.1

Рецензенты:

доктор физико-математических наук

К. А. ПИРАГАС,

доктор физико-математических наук

В. И. РОДИЧЕВ

## ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

Существует достаточно обширная научно-популярная литература, посвященная проблемам пространства, времени и тяготения, или (если воспользоваться терминологией самого Эйнштейна, ставшей в последнее время спорной) проблемам общей теории относительности (ОТО). Предлагаемая читателю книга докторов физико-математических наук Ю. С. Владимирова (МГУ им. М. В. Ломоносова, СССР), Н. В. Мицкевича (УДН им. П. Лумумбы, СССР) и Я. Хорски (Университет им. Я. Пуркине, Брно, ЧССР) несомненно займет в ряду подобных изданий свое специфическое, заметное место.

Нередко в популярных книгах ставится задача изложить основы современной теории тяготения максимально доступным образом, как говорится, «для пешеходов». При этом к читателю предъявляется минимум требований в отношении физико-математической подготовки, а в тексте либо почти совсем отсутствуют формулы, либо они приводятся в крайне незначительном количестве. Авторы рассматриваемой книги исходят из других позиций. Хотя в книге содержится значительное число формул, тем не менее она вполне заслуживает эпитета «популярная». Действительно, понятия производной и интегралы ныне стали достоянием средней школы, а авторы, по существу, не выходят за их пределы. Таким образом, книга фактически доступна читателям со средним образованием. А что может служить более достоверным критерием популярности! Следует все же отметить, что содержание настоящей книги, особенно вторая и третья ее главы, предъявляет к читателю несколько повышенные требования.

При сравнительно небольшом размере книги авторы сумели в той или иной мере затронуть в ней большинство самых кардинальных проблем современной теории тяготения. При этом трактовка многих вопросов отличается оригинальностью и свежестью подхода. В первой главе, «Вчера», читатель найдет интересный обзор истории развития идей, приведших к созданию ОТО, где удач-

но цитируются подлинные высказывания ученых, классиков науки, передающие стиль и дух своего времени. Во второй главе, «Сегодня», излагаются основные, уже устоявшиеся результаты современной теории тяготения. Здесь изложение несколько ближе к традиционному, но и тут читатель встретит рассмотрение достаточно специфических вопросов, которые освещаются далеко не во всех специальных монографиях, как, например, явление гравитационной линзы, увлечение в поле Керра, монадный метод.

Характерной чертой книги является то, что почти половину ее содержания составляет третья глава — «Завтра», посвященная перспективам дальнейшего развития учения о пространстве, времени и тяготении. Здесь содержатся и элементы теории гравитационных волн, и описание методов, разрабатываемых для их обнаружения; изложение основ релятивистской астрофизики, включая черные дыры; диаграммы Пенроуза, космологические сингулярности. Рассмотрены попытки различных обобщений классической эйнштейновской теории гравитации, проблемы квантования гравитационного поля и даже принципиальные вопросы, относящиеся к размерности физического пространства-времени, в том числе пятимерные и шестимерные теории.

Большой опыт педагогической и научной работы позволил авторам написать книгу, которую с интересом и пользой прочтут и студент физико-математического или технического вуза, и ученый-физик, в том числе искушенный теоретик, специализирующийся в области теории тяготения, и лектор, преподающий эту дисциплину.

*Ф. Федоров*

## ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемая книга посвящена изложению современных представлений о природе классического пространства и времени в процессе эволюции. За последнее столетие в этой области знания достигнут значительный прогресс. Многие извечные философские проблемы, такие, как конечность или бесконечность мира, соотношение пространства и времени и многие другие, получили строгую математическую формулировку и возможность исследования точными физическими методами.

В наш век научно-технической революции интерес к рассматриваемым здесь глубинным проблемам физической картины мира существенно возрос. Ряд положений науки о пространстве и времени уже нашел технические приложения. Сегодня мы стоим на пороге новых открытий в этой области знания, еще более важных для всего нашего мировоззрения. Это неизбежно приведет к новым революционным переменам в науке и технике.

Эта книга написана на основе опыта авторов в преподавании теории гравитации в университетах двух стран, чтения популярных лекций, участия в производстве научно-популярных фильмов. Интерес к проблемам пространства и времени сейчас чрезвычайно велик, и мы полагаем, что потребность в подобной книге назрела.

При работе над книгой авторы стремились сделать ее доступной для довольно широкого круга читателей: студентов и преподавателей технических и естественных вузов, инженерно-технических работников, выпускников средних школ, интересующихся затронутыми здесь вопросами. Естественно, что удовлетворить запросы читателей со столь широким диапазоном подготовки по физике и математике очень трудно. Мы включили в книгу материалы различной степени сложности, и при первом чтении книги рекомендуем опускать места, трудные для восприятия (например, абзацы, где затрагиваются основы математического аппарата, где изложение иллюстрируется формулами, или разделы последней части, где обсуждаются отдельные обобщения современной тео-

рии гравитации). К пропущенным разделам можно вернуться при повторном, более углубленном чтении. Некоторые математические вопросы мы специально включили в книгу, чтобы знакомство с ней могло послужить предварительным этапом для изучающих общую теорию относительности. Эта группа читателей могла бы использовать нашу книгу параллельно с учебниками по римановой геометрии и общей теории относительности.

Особо следует сказать о категории читателей, которые, не имея специального образования, пытаются самостоятельно решать фундаментальные проблемы мироздания. Мы и наши коллеги получаем довольно много писем от таких лиц. В них содержатся «теории» и «решения» самых различных кардинальных проблем теоретической физики, и нередко всех сразу: и природы тяготения, и ядерных взаимодействий, и устройства Вселенной, и т. д. На самом деле, конечно, эти предложения не представляют научной ценности. Читая подобные «труды», невольно замечаешь по использованной методике или аргументации, что один автор находится, скажем, на уровне XVIII в. (времен М. В. Ломоносова), а другой дорос до времени Фарадея. Изредка попадаются самоучки, рассуждающие на уровне начала XX в. Вероятно, большинство подобных авторов искренне верят в свои «идеи», убеждены в своих возможностях решать мировые проблемы (или даже в том, что они уже их решили), тратят на это все свои силы, весь свой досуг. Однако без усвоения знаний, уже накопленных человечеством, и современных методов исследования нет никаких шансов что-либо сделать в науке. Об этом свидетельствует вся история развития науки. Таким читателям мы особенно хотим посоветовать систематически и глубоко изучить интересующие их разделы физики и математики.

Наконец, нам хотелось бы подчеркнуть, что в области современной теории гравитации, как и во всякой науке, по каждому существенному вопросу имеется ряд точек зрения, различных концепций, между которыми идет постоянная борьба. Без этого наука не может развиваться. Пожалуй, нет двух творчески работающих ученых или научных групп, которые бы совершенно одинаково подходили к более или менее широкому кругу проблем. Авторы книги в этом отношении не составляют исключения. По ряду затронутых в книге вопросов у нас нет полного единства. Однако мы стремились придать проблемам такое освещение, чтобы оно в какой-то степени соот-

ветствовало позициям каждого из нас. Обсуждение тонкостей и различий выходит за рамки данной книги. Более любознательный читатель может это усмотреть по нашим монографиям [69, 76, 82], посвященным проблемам теории гравитации.

В соответствии со сказанным мы разбили изложение на три части. В первой («Вчера») обсуждается развитие представлений о пространстве, времени и гравитации, приведшее к созданию общей теории относительности. Вторая глава («Сегодня») посвящена обсуждению надежно установленных теорией фактов и закономерностей физики пространства-времени, в большинстве случаев уже нашедших прямое экспериментальное подтверждение. Сюда включены, конечно, и те теоретические факты, справедливость которых в общей теории относительности несомненна. Однако некоторые факты теории, которые можно было бы включить в эту вторую главу, но все же остающиеся темой дискуссий, строгая проверка которых принципиальна для дальнейшего развития физической науки, отнесены в третью главу книги («Завтра»). Здесь же мы обсуждаем дальнейшие перспективы развития и обобщения теории пространства, времени и гравитации.

## Глава I

### ВЧЕРА

(Развитие представлений о пространстве и времени.  
Основные этапы создания общей теории  
относительности)

По истории становления физической картины мира, современных представлений о пространстве-времени, теории гравитации написано множество статей и книг. Имеет ли смысл еще раз ворошить пыль веков, выставлять напоказ «ошибки» и «заблуждения» наших предков? Может быть, это следует оставить для историков и сразу перейти к проблемам сегодняшней физики? Развитие науки — сложный процесс, в котором каждый последующий шаг определяется рядом предыдущих этапов. Без знания прошлого трудно разобраться в проблемах сегодняшнего дня.

Однако мало повторить известную истину, что последующее вытекает из предыдущего. Следует иметь в виду, что процесс познания мира объективно и диалектично привел к созданию некой живой структуры развивающихся и переплетающихся идей, образов, понятий. Было бы поспешным утверждать, что те или иные идеи оказались ошибочными и являются пройденным этапом. На самом деле, как правило, имеется несколько конкурирующих концепций. В каждый момент времени по конкретному вопросу (и в соответствующем приближении) одна из них оказывается доминирующей, и ее сторонники объявляют ошибочными все другие. Но проходит время, и господствующей может стать противоположная точка зрения. Можно привести множество примеров из истории развития физики. Это и горячие дискуссии о том, далекодействующий или близкодействующий характер имеют физические взаимодействия, непрерывен или дискретен мир, корпускулярные или волновые свойства лежат в основе описания материи... Поэтому ряд идей для дальнейшего развития физики, безусловно, следует черпать из прошлого. Вспомним крылатую фразу, что новое — это основательно забытое старое.

Кроме того, анализ истории физики показывает, что мы имеем дело с процессом развития множества идей; они самым неожиданным образом переплетаются, объединяясь в новых комбинациях, дают те или иные теории. В этой части книги мы попытаемся продемонстрировать, сочетания каких цепочек физических идей приводило к становлению представлений о пространстве-времени и тяготении, как это в конце концов привело к современной теории гравитации. Состояние физики сегодняшнего дня (как и в любой другой момент) можно сравнить с запутанным клубком идей. Какие звенья нужно соединить, чтобы перейти на следующую ступень нашего познания? Распознать это — задача сегодняшнего и завтрашнего дня, а основы ее решения заложены в прошлом. В этой книге мы не ограничимся описанием, так сказать, генеральной линии уже свершившегося развития физики, но постараемся осветить и некоторые побочные направления мысли, которые в какой-то степени находят отражение в современных научных исследованиях и вполне могут оказаться определяющими завтра.

Важно также подчеркнуть, что обучение — это процесс воспроизводства знаний, а каждый обучающийся повторяет историю развития всего человечества в той или иной форме в сильно спрессованном виде. И наша задача — постараться помочь молодежи пройти весь этот мучительный, но прекрасный путь как можно менее болезненно и быстро. В этом деле обращение к истории науки также может оказать неоценимую помощь.

### 1.1. Формирование идей относительности и представлений о Вселенной

Иногда отцом физики называют *Аристотеля* (384—322 гг. до н. э.). Говоря современным языком, физика — это наука об основных закономерностях («первичных причинах» по Аристотелю), принципах («первых началах») природы и ее «элементах». Метод познания Аристотеля сильно отличается от современного. Его книга «Физика» является, скорее, философским трактатом, чем руководством по естествознанию.

Аристотель признавал объективное существование материи, он писал: «Я называю материей первый субстрат каждой вещи, из которого возникает какая-нибудь вещь» [1, с. 5]. Для того чтобы вещь стала реальностью, она должна получить форму. Форма обладает энергией —

она превращает возможность в действительность. По Аристотелю материя обладает силой — возможностью бытия. Активная производящая причина есть движение, ее конечный результат — цель.

Движение состоит в уничтожении и возникновении вещей, в их росте или изменении. Остановимся на понятии «местного движения» — перемещения. Местное движение почти во всех случаях понималось как перемещение от «места» к «месту». Причем у Аристотеля следует различать две концепции «места». Согласно первой концепции место есть внутренняя поверхность окружающей тело среды. Такое понимание «места» оказывалось практически бесполезным. С этой точки зрения корабль, стоящий на якоре в реке и омываемый все новыми и новыми струями воды, меняет место, а корабль, уносимый водой, сохраняет его. Согласно второй концепции понятие «место» определяется относительно неподвижного тела. В таком понимании термина возникают вопросы об абсолютности и относительности, о смысле неподвижности, приписанной телу отсчета.

В «Физике» Аристотель говорит о естественном движении как исходном понятии динамики. Тела, занимающие места, отличные от естественных, получают импульсы, а оказавшиеся на своих естественных местах, — не получают. Естественное движение по Аристотелю не может существовать, если все точки пространства равноправны. Он также отрицал пустоту. В пустоте, т. е. в однородном пространстве, «...никто не может сказать, почему тело, приведенное в движение, где-нибудь остановится, ибо почему оно должно остановиться здесь, а не там?» [1, с. 85]. Такая концепция движения Аристотеля противоречит точке зрения греческих атомистов (Демокрита, Эпикура), которые утверждали, что существует бесконечное мировое пространство, являющееся вместилищем вещей, ареной движения тел.

Аналогично отрицанию понятия пустого пространства Аристотель отрицал существование понятия времени, независимого от происходящих явлений. В его понимании время не существует без наличия каких-либо изменений. «Если бы „теперь“ не было каждый раз другим, а оставалось тождественным и единым, времени не было бы» [1, с. 93].

В основе динамики и космологии Аристотеля лежит концепция действующих причин, поддерживающих всякое движение. Так, радиальные движения (Земля

считалась центром Вселенной) трактовались как абсолютные. В результате таких движений изменялись состояния тел и их роль в мировой гармонии. В противоположность им относительные движения (круги вокруг центра мироздания — Земли) согласно Аристотелю не меняли статической гармонии центра и сфер. Напомним также, что космологические системы Аристотеля и Птолемея (II в. н. э.) отличаются, но не принципиально. Представления Аристотеля о геоцентрической Вселенной резко отличались от первых идей гелиоцентрической системы мира Аристарха (IV — III вв. до н. э.).

В средние века учение Аристотеля было канонизировано церковью и, как известно, на некотором этапе развития науки превратилось в существенное препятствие для развития физики и астрономии. Однако нельзя впадать в противоположную крайность и отказываться от рациональных сторон учения Аристотеля.

В 1543 г. вышла в свет книга *Николая Коперника* (1473—1543) «О вращениях небесных сфер». Изложенное в ней новое учение о мироздании неизбежно подводило также к новым представлениям об относительности движения, к физическому релятивизму. Коперник писал: «Так, при движении корабля в тихую погоду все находящееся вне его представляется мореплавателям движущимся, как бы отражая движение корабля, а сами наблюдатели, наоборот, считают себя в покое со всем с ними находящимся. Это же, без сомнения, может происходить и при движении Земли, так что мы думаем, будто вокруг нее вращается вся Вселенная» [2, с. 88].

Таким образом, с позиций кинематики движения наблюдателя и наблюдаемых объектов равноправны, любого из них можно считать неподвижным. Но астрономические и философские соображения заставили Коперника считать неподвижность Земли лишь иллюзией, а реальностью — ее движение вокруг Солнца. Эти идеи Коперника затем были развиты Галилеем.

*Джордано Бруно* (1548—1600) развивал учение Коперника с философских позиций. Он резко критиковал учение Аристотеля и Птолемея, фактически развивая при этом философию Демокрита и Эпикура. Он выступал против аристотелевской концепции конечности Вселенной, идеи о противоположности земного и небесного, против утверждения о наличии абсолютно неподвижного центра Вселенной. В учении об относительности движения и покоя Бруно солидаризуется с *Николаем Кузанским*

(1401—1464), сочинения которого были известны Копернику.

В ходе борьбы за учение Коперника *Галилео Галилей* (1564—1642) выдвинул свой принцип относительности. В качестве доказательства он приводил наблюдения над движениями в закрытой каюте неподвижного и движущегося кораблей. Это описание наблюдений можно найти в его книге «Диалог о двух главнейших системах мира — птолемеевой и коперниковой»: «Заставьте теперь корабль двигаться с любой скоростью, и тогда (если только движение будет равномерным и без качки в ту или иную сторону) во всех названных явлениях вы не обнаружите ни малейшего изменения и ни по одному из них не сможете установить, движется ли корабль или стоит неподвижно...» [3, с. 75].

В этом высказывании содержится важнейший физический принцип — принцип относительности Галилея. Никаким механическим опытом нельзя установить, покоится система или движется равномерно и прямолинейно. Всякие движения в обеих системах отсчета протекают совершенно одинаково.

Альберт Эйнштейн неоднократно обращался к научному наследию Галилея. В частности, он обращал внимание на удивительное внутреннее сходство ролей Фарадея и Максвелла в одну эпоху и ролей Галилея и Ньютона в XVII в. Первый в каждой паре качественно выявлял закономерности, а второй их точно формулировал и применял количественно [4].

Представления *Исаака Ньютона* (1643—1727) о пространстве восходят к древности — к атомистам. Как уже упоминалось, долгое время господствовала философия Аристотеля, пустое пространство не признавалось. Воззрения древних атомистов победили в науке лишь после длительных споров. После открытия в XVII в. вакуума представления о пустом пространстве стали приобретать сторонников.

Ньютон рассматривал пространство как пустоеместилище вещей. Оно трехмерно, непрерывно, неподвижно, бесконечно, однородно и изотропно. Ньютон писал: «Абсолютное пространство по самой своей сущности, безотносительно к чему бы то ни было внешнему, остается всегда одинаковым и неподвижным» [3, с. 132].

Время в концепции Ньютона также абсолютно и ни от чего не зависит. Оно, можно сказать, является «местилищем событий», и ход событий не влияет на течение

времени. Время одномерно, непрерывно, везде одинаково, бесконечно, однородно.

Вопрос о движении Ньютон решает в соответствии со своими воззрениями на пространство и время. В системе отсчета, жестко связанной с абсолютным пространством, имеют место три закона Ньютона: 1) закон инерции, 2) закон движения, 3) закон равенства действия и противодействия. Сила  $F$ , присутствующая во втором законе Ньютона, обязана взаимодействию между телами. Примером такой силы является гравитационная сила.

Абсолютная система отсчета (жестко связанная с абсолютным пространством) является одной из инерциальных систем, переход между которыми осуществляется преобразованиями Галилея

$$t' = t, \quad x' = x + vt. \quad (1.1)$$

Пусть материальная точка  $m$  в абсолютной системе  $S$  движется по закону  $m d^2x/dt^2 = F$ . Обозначим другую инерциальную систему отсчета через  $S'$ . В теории Ньютона полагается, что сила  $F$  и масса  $m$  являются абсолютными величинами, т. е. одинаковы в обеих системах отсчета ( $F' = F$ ,  $m' = m$ ). Используя преобразования Галилея, легко убедиться, что в новой системе отсчета  $m'd^2x'/dt'^2 = F'$ , т. е. второй закон Ньютона инвариантен относительно этих преобразований. Все инерциальные системы отсчета оказываются равноправными, и обнаружить абсолютное пространство невозможно.

## 1.2. Закон всемирного тяготения

Открытие закона всемирного тяготения стало возможным лишь в итоге развития цепочки идей. Так, в философии Аристотеля проблемы тяготения просто не существовало. Полагалось, что небесные тела движутся «естественно», и для объяснения их движения не требовалось каких-либо сил. Движения других тел всегда обусловлены «стремлением» их к центру мира, т. е. к центру Земли. Считалось также, что скорость падения тел пропорциональна их массе.

Существенный шаг в понимании тяготения был сделан в учении Коперника, согласно которому тяжесть существует не только на Земле, но и на других небесных телах. Далее необходимо было избавиться от заблуждения, будто скорость падения тел зависит от их массы.

Известно, что наблюдения Галилея за падением тел с Пизанской башни были начаты примерно в 1589 г.

Важную роль сыграли работы *Иоганна Кеплера* (1571—1630). В 1596 г. вышла его первая научная работа «Космографическая тайна», в которой он начал поиск числовых закономерностей в характеристиках орбит планет Солнечной системы. В 1602 г. Кеплер пришел к открытию второго закона движения планет (площади, описываемые радиус-векторами Солнце—планета в равные промежутки времени, равны между собой). А в 1605 г. Кеплер открыл закон, названный впоследствии первым (Солнце находится в фокусе эллиптических орбит).

Ряд авторов утверждают, что Ньютон пришел к открытию закона всемирного тяготения

$$F = k \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1.2)$$

в период от 1667 до 1670 г. [3, 5], но в течение значительного времени этот результат не публиковал. Независимо от Ньютона в это же время к открытию закона всемирного тяготения вплотную подошли *Роберт Гук* (1635—1703), *Джованни Борелли* (1608—1679) и *Христиан Гюйгенс* (1629—1695). Известно, что в 1674 г. Гук опубликовал этюд о движении Земли, в котором качественно формулировались идеи закона тяготения, однако полагалось, что сила убывает обратно пропорционально первой степени расстояния. В 1680 г. Гук в письме Ньютону указал уже правильный закон — убывание силы обратно пропорционально квадрату расстояния. Когда Ньютон в 1686 г. представил в Королевское общество рукопись «Математических начал натуральной философии», где им впервые опубликован и закон всемирного тяготения, Гук потребовал признания своего приоритета. На это Ньютон заявил, что этот закон был ему известен уже 20 лет, сославшись при этом на свое письмо Гюйгенсу, переданное через секретаря Королевского общества [3, с. 138].

С открытием закона всемирного тяготения более четко оформилось несколько направлений мысли. Упомянем здесь два из них, сыгравших впоследствии важную роль в развитии физики. Во-первых, это вопрос о смысле массы. С одной стороны, массу можно определить, измеряя силу притяжения данного тела к некоторому эталонному. Полученная таким образом величина харак-

теризует гравитационные свойства тела — его способность притягиваться к другому телу, т. е. так называемая гравитационная (тяжелая) масса  $m_{гр}$  находится из закона всемирного тяготения. С другой стороны, массу тела можно определить из второго закона Ньютона, измеряя ускорение, которое приобретает тело под действием заданной эталонной силы. Получаемая таким образом величина характеризует инертные свойства тела — способность тела сохранять свою скорость. Эту величину называют инертной массой  $m_{ин}$ . Галилей установил постоянство ускорения свободного падения для всех тел независимо от их массы. Этот результат можно получить (имея в виду, что  $m_{ина} = m_{гр}g$ ), если, например, предположить, что  $m_{ин} = m_{гр}$ . (Вообще говоря, достаточно пропорциональности масс.) Известно также, что Ньютон проводил опыты с маятниками, доказав, что период их колебаний не зависит от значения массы. На основании этих экспериментальных фактов Ньютон не ввел различий в понятиях масс во втором законе и в законе всемирного тяготения. Это равенство масс не следует ниоткуда, кроме опыта; более того, сам физический смысл этих понятий в корне различен: гравитационная масса, по существу, гравитационный заряд тела, а инертная масса — мера «сопротивления» этого тела действию силы.

Следует отметить, что точность экспериментов Галилея и Ньютона незначительна. Впоследствии эксперименты такого типа неоднократно уточнялись, и сейчас установлено равенство масс с чрезвычайно высокой степенью точности (см. раздел 2.1). Забегая вперед, отметим также, что равенство гравитационной и инертной масс привело к формулировке принципа эквивалентности, который в свою очередь сыграл важнейшую роль при создании общей теории относительности.

Другое направление мысли было связано с обсуждением характера передачи взаимодействия от одного гравитирующего тела к другому. Можно сказать, с работ Ньютона началась многовековая дискуссия о том, передаются ли взаимодействия между телами на расстоянии непосредственно (дальнодействие), или для передачи взаимодействия необходима некоторая среда-посредник, так что воздействие передается последовательно от одной точки среды к соседней (близкодействие). Вряд ли возможно назвать самого Ньютона последовательным сторонником одной из этих двух концепций.

Однако ряд противников концепции дальнего действия (Фарадей, Максвелл, У. Томсон и др.) ссылались на следующее высказывание Ньютона, содержащееся в его третьем письме к Бентли: «Нельзя представить себе, каким образом неодушевленное грубое вещество могло бы без посредства чего-либо постороннего, которое нематериально, действовать на другое вещество иначе, как при взаимном прикосновении. А так должно было быть, если бы тяготение было, в смысле Эпикура, присуще материи. Вот почему я желал бы, чтобы вы не приписывали мне учения о тяжести, прирожденной материи. Допустить, что тяготение врожденно материи, присуще ей, так что одно тело должно действовать на расстоянии через пустоту на другое без посредства чего-либо постороннего, помощью которого действие и сила от одного тела проводится к другому, есть для меня такая нелепость, что, полагаю, в нее не впадает ни один человек, способный к мышлению о философских вещах. Тяготение должно вызываться некоторым фактором, действующим согласно определенным законам» [5, с. 155]. Обычно на этом цитату обрывают, но ее продолжение гласит: «Какой это фактор, материальный и нематериальный, — я представляю размышлению моих читателей». Как видим, Ньютон склонялся к некоему божественному посреднику.

Некоторые считают, что концепцию дальнего действия ввел в физику ученик Ньютона кембриджский математик Котс в предисловии ко второму изданию «Начал» в 1713 г. Утверждают также, что это предисловие перед изданием Ньютон не читал и никогда четко не высказывался, согласен он с ним или нет. Но так или иначе, концепция дальнего действия укоренилась в физике и в течение долгого времени, по-видимому до XIX столетия, была доминирующей. Она распространялась и на первые теории электрических взаимодействий. Затем после успехов теории электромагнитного поля Максвелла ей на смену пришла концепция близкодействия, которая в виде современной теории поля господствует по сей день. Такой же близкодействующий характер имеет и общая теория относительности. Однако это совсем не значит, что концепция дальнего действия оказалась ошибочной. Впоследствии выяснилось, что она вполне жизнеспособна и в ее рамках можно сформулировать как теорию электромагнитных, так и теорию гравитационных взаимодействий, ничем не уступающие общепринятым теориям Максвелла и Эйнштейна. Эти теории сейчас известны под назва-

нием теории прямого межчастичного взаимодействия (см. п. 3.3.4). Как дальше будет развиваться противоборство этих концепций, покажет будущее.

### 1.3. От Евклида до Лобачевского

Трудным был путь человечества до осознания факта искривленности пространства (точнее, пространства-времени), в котором оно живет. Чтобы оценить величие уже достигнутого в науке и попытаться заглянуть в будущее, оглянемся назад на основные звенья другой цепочки человеческой мысли — на развитие идей о геометрии нашего мира.

Начнем с пятого постулата Евклида. В начале III в. до н. э. *Евклидом* было составлено обширное сочинение в 13 томах, известное под названием «Начал» Евклида. В этом сочинении в соответствии с логической схемой Аристотеля был изложен основной материал античной геометрии. Этот труд по глубине и широте охвата, по своей логической стройности не имел себе равных в истории математики. Практически до конца XVIII столетия «Начала» представляли собой основу геометрических знаний. Все содержание геометрии Евклид изложил аксиоматически как цепь теорем, выводимых из небольшого числа основных (принимаемых без доказательств) аксиом и постулатов. В качестве постулатов Евклид предложил считать выполнение следующих требований [6, с. 23]:

1. Чтобы от каждой точки к каждой точке можно было провести прямую линию.

2. И чтобы ограниченную прямую можно было непрерывно продолжить до прямой.

3. И чтобы из любого центра любым радиусом можно было описать окружность.

4. И чтобы все прямые углы были друг другу равны.

5. И чтобы всякий раз, как прямая, пересекая две прямые, образует с ними внутренние односторонние углы, составляющие вместе меньше двух прямых, эти прямые при неограниченном продолжении пересекались с той стороны, с которой эти углы составляют меньше двух прямых.

Уже беглого взгляда достаточно, чтобы заметить, что по уровню наглядности содержание пятого постулата резко отличается от содержания первых четырех. Многим математикам на протяжении более чем двух тысяче-

летий представлялось, что этот постулат на самом деле является теоремой, т. е. логическим путем может быть доказан на основе остальных аксиом. Существует мнение, что и сам Евклид испытывал колебания, отнеся пятое утверждение в разряд постулатов. Иначе чем объяснить, что материал в «Началах» состоит как бы из двух частей: теорем, которые доказываются без использования пятого постулата (абсолютная геометрия), и ряда теорем, опирающихся на пятый постулат (собственно евклидова геометрия)? Видимо, сам Евклид пошел на этот шаг, потерпев неудачу в попытках доказательства пятого постулата.

Так или иначе, но в течение двух тысячелетий было предпринято множество попыток доказать пятый постулат. Из истории математики известно, что различные варианты доказательства предлагали [7, с. 10]: Посидоний (I в. до н. э.), Птолемей (II в. н. э.), Прокл (410—485), Насирэддин (1201—1274), Валлис (1616—1703), Саккери (1667—1733), Ламберт (1728—1777), Лежандр (1752—1833), Фаркаш Бояи (1775—1856) и многие другие. При внимательном рассмотрении предложенных доказательств выяснялось, что либо в них допускались логические ошибки, либо по ходу дела предполагалось как очевидное нечто такое, что было равносильно утверждению пятого постулата. Например, вышеприведенной его формулировке эквивалентны следующие утверждения:

«Через точку  $C$ , лежащую вне данной прямой  $AB$ , проходит только одна параллельная ей прямая» (т. е. прямая, лежащая в одной плоскости с данной прямой и не пересекающая ее) [8, с. 250].

«Сумма углов любого плоского треугольника равна двум прямым углам, или  $180^\circ$ » и т. д. Можно привести большое число подобных равносильных утверждений.

В истории человечества можно найти не так много задач, на решение которых было затрачено столько же усилий, сколько на попытки доказать пятый постулат Евклида. Возможно, сравниться с этим могут лишь поиски в средние века «философского камня» или бесчисленные попытки создания «вечного двигателя». Подчас эти усилия принимали драматический характер. В качестве примера можно привести письмо Фаркаша Бояи сыну, Яношу Бояи, унаследовавшему от отца занятие этой проблемой [6, с. 20]: «Ты не должен пытаться одолеть теорию параллельных линий; я знаю этот путь, я про-

делал его до конца, я прожил эту бесконечную ночь, и весь свет, всю радость моей жизни я там похоронил. Молю тебя, оставь в покое учение о параллельных линиях; ты должен страшиться его, как чувственных увлечений; оно лишит тебя здоровья, досуга, покоя, оно погубит счастье твоей жизни. Этот глубокий, бездонный мрак может поглотить тысячу таких гигантов, как Ньютон; никогда на земле не будет света, и никогда бедный род человеческий не достигнет совершенной истины, не достигнет ее и в геометрии; это ужасная вечная рана в моей душе; да хранит тебя бог от этого увлечения, которое так сильно овладело тобой. Оно лишит тебя радости не только в геометрии, но и во всей земной жизни. Я готов был сделаться мучеником этой истины, чтобы только подарить человечеству геометрию, очищенную от этого пятна; я проделал гигантскую, тяжелейшую работу; я достиг гораздо большего, чем то, что было получено до меня, но совершенного удовлетворения я не получил.

Учись на моем примере; из-за того, что я хотел постичь теорию параллельных линий, я остался неизвестным. Это отняло у меня всю мою кровь, все мое время. Здесь зарыт корень всех моих последующих ошибок. Если бы я мог открыть загадку параллельных линий, пусть об этом никто бы не узнал, я стал бы ангелом...

Непостижимо, что в геометрии существует эта непобежденная темнота, этот вечный мрак, туча, пятно на девственной, нетронутой истине... Дальше геркулесовы столпы; ни шагу дальше, или ты погибнешь!»

Решение задачи, стоявшей перед человечеством более двух тысячелетий, выход за «геркулесовы столпы», удалось найти лишь в первой половине XIX в. Этот важный шаг в истории мысли связан с именами *Николая Ивановича Лобачевского* (1792—1856), *Яноша Бояи* (1802—1860) и *Карла Гаусса* (1777—1855). В литературе неоднократно [5—8] освещалась история сделанного ими открытия. Она поучительна во многих отношениях. Здесь нам хотелось бы подчеркнуть несколько ее уроков.

Во-первых, она представляет собой классический пример возникновения открытия, когда для него созрели необходимые условия. Как правило, к созревшей идее приходят почти одновременно и независимо сразу несколько человек. Поразительно близки даты решения проблемы тремя названными математиками. Лобачевский сделал свой знаменитый доклад «О началах геометрии» на заседании Ученого совета физико-математического

факультета Казанского университета 23 февраля 1826 г. и опубликовал его в 1829 г. Я. Бояи после пяти лет работы опубликовал свой труд в виде приложения («Аппендикс») к объемистому тому сочинений своего отца, изданному в 1832 г. Из сохранившейся переписки Гаусса известно, что он пришел к ряду положений новой геометрии также примерно в 20-е годы. Но и это не все. Известно, что к идеям неевклидовой геометрии пришел юрист по образованию профессор Ф. К. Швейкарт (1780—1859), преподававший право в Харьковском университете с 1812 по 1816 г. и в 1817 г. переехавший в Германию, где и обсуждал свои идеи с Гауссом. В 1824 г. подобные идеи в своем письме к Гауссу изложил племянник Швейкарта, тоже юрист *Франц Таурикус* (1794—1874). Можно назвать и другие имена: Вахтера, де Тилли [8, с. 39].

Во-вторых, при всем различии людей, сделавших столь великое открытие, по темпераменту и национальной принадлежности, по их отношению к судьбе полученных ими результатов их роднит одно — почти полное непонимание, даже враждебное отношение со стороны коллег и окружающего общества. Известно, что занятие Лобачевского неевклидовой геометрией в России воспринималось в лучшем случае как болезненное чудачество, а было и значительно худшее: была оскорбительная невежественная статья в журнале «Сын отечества», были многозначительные насмешки даже со стороны видных коллег. От Лобачевского отвернулись все ученики. Даже на его похоронах, когда принято говорить об усопшем только хорошее, не было сказано ни одного слова о главном в его жизни — о создании неевклидовой геометрии.

Известно также, сколько страданий и горьких минут испытал Янош Бояи. Умер Янош Бояи в 1860 г. «Погребение его походило на ритуал забвения. Лишь три человека проводили останки к безымянной общей могиле, а к записи в реформаторской церкви кто-то приписал: „Его жизнь прошла безо всякой пользы“» [6, с. 109].

Классический пример житейского благоразумия является собой поведение крупнейшего математика Европы того времени К. Гаусса. Он прекрасно осознавал всю глубину переворота в геометрии (и не только в геометрии), сделанного открытием неевклидовой геометрии, но он не менее ясно предвидел отношение своих коллег и современников как к самому открытию, так и к тому, кто

осмелится открыто выступить в его поддержку. И Гаусс поставил выше свое положение в обществе, свое спокойствие и не опубликовал свои результаты (но, к его чести, следует признать, что он не изменил своим научным идеям). Сам Гаусс в письме Бесселю в 1829 г. писал: «Вероятно, я еще не скоро смогу обработать свои иностранные исследования по этому вопросу, чтобы их можно было опубликовать. Возможно даже, что я не решусь на это во всю свою жизнь, потому что боюсь крика бегийцев, который поднимется, когда я выскажу свои воззрения целиком» [6, с. 64]. В другом месте, в письме Герлингу, Гаусс писал: «Я очень рад, что Вы имеете мужество высказаться так, как будто Вы признаете возможным, что наша теория параллельных линий, а следовательно, и вся наша геометрия ложны. Но осы, гнездо которых Вы разрушаете, подымутся над Вашей головой» [6, с. 63].

Но перейдем к сути сделанного открытия. При некотором различии конкретной методики, глубины и объема разработки проблемы основное содержание вскрытого было одно. Ход рассуждений был примерно таким. А что если отказаться от пятого постулата, т. е. предположить противное, — пусть через одну точку  $C$ , лежащую вне данной прямой  $AB$ , проходит не одна, а две (а следовательно, и бесконечно много) параллельные ей прямые? Дальше задача состояла в построении геометрии с такой новой аксиомой. Расчет был на то, что если пятый постулат представлял собой теорему, то в геометрии с измененным утверждением рано или поздно должно встретиться противоречие, что и будет означать ложность сделанного допущения. Это и было бы доказательством пятого постулата. Однако, развивая такую геометрию, авторы не только не обнаружили каких-либо противоречий, но, наоборот, довольно быстро убедились, что перед ними разворачивается стройная новая геометрия с рядом интересных своеобразных черт. Оказалось, что в новой геометрии сумма углов треугольников должна быть меньше  $180^\circ$ ; более того, эта величина существенно зависит от линейных размеров треугольников. В теории возникает некий параметр с размерностью длины, и геометрические свойства систем зависят от отношения их размеров к этому параметру. В такой теории нет подобных фигур. В очень малых областях (по сравнению с этим параметром) новая геометрия практически совпадает с геометрией Евклида, но в больших они су-

щественно отличаются. Так, например, треугольник достаточно больших размеров может иметь сколь угодно малое значение суммы трех углов. Лобачевский назвал свою геометрию «воображаемой» (или «пангеометрией»); «звездной», или «астральной», назвал эту геометрию Швейкарт. Но дело не в названии, а в ее отличии от геометрии Евклида.

Важно отметить, что Лобачевский и Гаусс далеко не ограничились математической стороной сделанного открытия. Они ясно ставили вопрос об отношении новой геометрии к физической реальности. Они старались выяснить, какой геометрией описывается реальное пространство: евклидовой или новой? Для этого Гаусс измерял сумму углов треугольника, образованного тремя горными вершинами, а Лобачевский выбрал значительно больший треугольник — он проводил астрономические измерения, используя два положения Земли на орбите и далекую звезду, измерял параллаксы звезд. Однако ни измерения Гаусса, ни астрономические наблюдения Лобачевского не дали и, как нам теперь хорошо известно, не могли тогда дать ответ на поставленный вопрос. В те годы была недостаточной точность астрономических измерений<sup>1</sup>.

Несмотря на уверенность в своей правоте, Лобачевскому, Яношу Бояи и другим не удалось найти окончательного доказательства логической непротиворечивости построенной геометрии. Одно дело — отсутствие противоречий в геометрических построениях, даже продвинутых достаточно далеко, их логическая стройность, и совершенно другое — утверждение, что этих противоречий не возникнет в новой теории вообще. Окончательное доказательство непротиворечивости геометрии Лобачевского было дано лишь в 70-х годах прошлого века итальянским геометром *Эудженио Бельтрами* (1835—1900)

---

<sup>1</sup> Интересно отметить, что если бы у Лобачевского оказались достаточно хорошие приборы и он бы с их помощью осуществил свои эксперименты по измерению параллаксов звезд, то пришел бы к огорчительному для себя результату. Он нашел бы, что сумма углов треугольника вместо предполагаемых значений, меньших  $180^\circ$ , оказалась бы большей  $180^\circ$ , т. е. не справедливы ни евклидова, ни его воображаемая геометрии. Как было показано Л. Я. Арифовым и Р. К. Кадыевым в сообщении на V Международной гравитационной конференции в Тбилиси в 1968 г., получаемые астрономами отрицательные параллаксы ряда звезд (значения сумм углов больше  $180^\circ$ ) обязаны закономерностям общей теории относительности. См. раздел 2.4.

и немецким математиком *Феликсом Клейном* (1849—1925). Основная идея доказательства состоит в том, чтобы свести первую неевклидову геометрию, впервые построенную как планиметрию, к геометрии на трехмерной гиперповерхности постоянной отрицательной кривизны (трехмерном гиперboloиде) в четырехмерной геометрии Евклида, непротиворечивость которой уже известна. При этом нужно только заменить понятия прямых (кратчайших линий

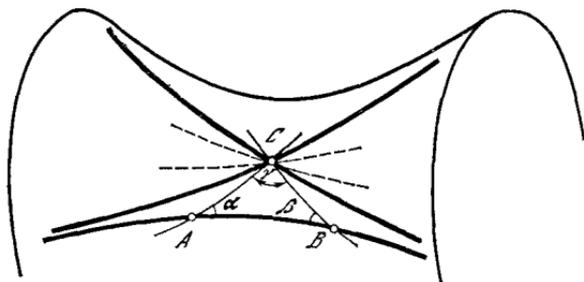


Рис. 1

в мире Евклида) на геодезические линии (экстремальные кривые) на гиперповерхности. Тогда все утверждения относительно прямых в геометрии Лобачевского перейдут в соответствующие утверждения о свойствах таких линий в геометрии на гиперboloиде. Поскольку невозможно наглядно представить себе гиперболически искривленный трехмерный мир, это можно проиллюстрировать с помощью линий — гипербол на двумерном гиперboloиде. Так, на рис. 1 пояснено обобщение пятого постулата Евклида: через точку  $C$ , не лежащую на выбранной гиперболе  $AB$ , проходят две гиперболы, которые не пересекаются с  $AB$ . Следовательно, все другие гиперболы, обозначенные штриховыми линиями, не будут пересекать  $AB$ . На рис. 1 изображен треугольник, образованный пересечением трех гипербол. Легко понять, что сумма его углов  $\alpha + \beta + \gamma < 180^\circ$ . По указанным причинам первую неевклидову геометрию (геометрию Лобачевского) в литературе часто называют гиперболической. Встречающийся в геометрии Лобачевского параметр размерности длины приобретает геометрический смысл кривизны трехмерного гиперboloида. Теперь легко также понять зависимость свойств геометрических фигур от их размеров.

#### 1.4. От Римана до Эйнштейна

Следующий существенный шаг в цепи идей о геометрии пространства был сделан немецким математиком *Бернгардом Риманом* (1826—1866) в 1854 г. Случилось так, что этот шаг молодого математика нового поколения, пришедшего вслед за поколением Лобачевского и Бояи, опять был до некоторой степени связан с именем Гаусса. Для получения должности приват-доцента в Геттингенском университете Риман должен был прочитать пробную лекцию. Как полагалось установленными тогда правилами, Риман представил три темы на выбор коллегии факультета. Первые две темы соответствовали проблемам, обсуждавшимся в то время математиками, а третья, менее всего подготовленная в тот момент Риманом, была от них в стороне и посвящена основам геометрии. Риман не думал, что выбор падет на эту тему. Но, как писал впоследствии немецкий математик В. Вебер, «Гаусс не без умысла выбрал именно данную тему из трех, предложенных Риманом. Он сам признавался, что ему страстно хотелось услышать, как такой молодой человек сумеет найти выход из столь трудной игры» [6, с. 148]. И Риман прочитал лекцию, изложенную затем в его знаменитом мемуаре «О гипотезах, лежащих в основании геометрии» [9, с. 18]. Высказывается мнение, что лекция была составлена Риманом в расчете на одного Гаусса. И он достиг своей цели. По окончании лекции Гаусс молча поднялся и тихо побрел к выходу. «Как рассказывал Вебер, „лекция превзошла все ожидания Гаусса“. Она привела его „в состояние наивысшего изумления“, и, возвращаясь с заседания факультета, он отозвался о ней с „высшей похвалой“ и „с редчайшим для него воодушевлением“» [6, с. 153].

Что же могло так воодушевить Гаусса? Дело в том, что Риман пришел к неевклидовым геометриям совсем с другой стороны по сравнению со своими предшественниками. Судя по всему, Риман даже ничего не знал ни о Лобачевском, ни о Бояи и, вероятно, лишь смутно представлял себе интерес Гаусса к данному предмету. Но он сумел в своем исследовании объединить две чрезвычайно плодотворные идеи. Первое — он использовал развитый Гауссом математический аппарат описания геометрии двумерных кривых поверхностей. И, во-вторых, он ввел понятие многомерных многообразий (многократно протяженных величин). Тогда, если поверхность —

двукратно протяженная величина, то пространство — трехкратно протяженная, и только в этом разница. Все понятия и методы описания двумерных поверхностей непосредственно переносятся на трехмерные искривленные пространства. А среди этих понятий важнейшее — это метрика — квадратичная форма от разностей координат, описывающая длину пути между двумя близкими точками в искривленном многообразии. Зная круг интегралов Гаусса, можно только недоумевать, почему он сам не догадался сделать это до Римана.

Такой синтез идей позволил Риману далеко шагнуть в построении как частных случаев неевклидовых пространств, так и теории произвольно искривленных пространств. Но представим здесь слово Эйнштейну, который писал: «Заслуга Римана в развитии идей о соотношении между геометрией и физикой двойка. Во-первых, он

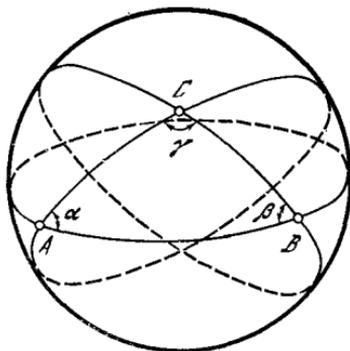


Рис. 2

открыл сферическую (эллиптическую) геометрию, которая является антитезой гиперболической геометрии Лобачевского. Таким образом, он впервые указал на возможность геометрического пространства конечной протяженности. Эта идея сразу была воспринята и привела к постановке вопроса о конечности физического пространства. Во-вторых, Риман имел смелость создать геометрии несравненно более общие, чем геометрия Евклида или неевклидовы геометрии в более узком смысле» [10, с. 181].

Первая из отмеченных Эйнштейном заслуг Римана нуждается в пояснении. Часто в литературе под названием «геометрия Римана» (в узком смысле) понимается второй вариант неевклидовой геометрии, соответствующей геометрии на трехмерной гиперсфере. Самым существенным свойством такого трехмерного пространства является конечность его объема, так что, двигаясь все время в одном и том же направлении, в конце концов можно вернуться в первоначальную точку. Вместо прямых евклидова пространства в сферической геометрии Римана выступают геодезические — дуги большого круга. Из двумерной аналогии — геометрии на сфере (рис. 2) — видно, что понятие параллельных линий, со-

держащееся в пятом постулате Евклида, в сферической геометрии вообще теряет всякий смысл, ибо любая дуга большого круга, проходящая через точку  $C$ , лежащую вне линии  $AB$ , обязательно пересекает  $AB$ , причем в двух точках. Из рис. 2 также видно, что сумма углов треугольника  $ABC$ , образованного пересечением трех дуг большого круга, всегда больше  $180^\circ$ .

Говоря о вкладе Римана, следует еще отметить, как писал Эйнштейн, что «...Риман пришел к смелой мысли, что геометрические отношения тел могут быть обусловлены физическими причинами, т. е. силами. Таким образом, путем чисто математических рассуждений он пришел к мысли о неотделимости геометрии от физики: эта мысль нашла свое фактическое осуществление семьдесят лет спустя в общей теории относительности, которая соединила в одно целое геометрию и теорию тяготения» [10, с. 181]. Придя к таким соображениям, Риман еще не мог разглядеть, какие именно физические силы должны быть связаны с неевклидовостью геометрии. Интересно, что он уже размышлял о природе тяготения [9, с. 34], но при этом не привлекал своих геометрических идей.

В мемуаре Римана «О гипотезах, лежащих в основании геометрии» высказан ряд других интересных соображений о пространстве, которые не потеряли своего значения до наших дней и послужили истоком новых направлений мысли. К ним относится, в частности, высказывание: «...вполне мыслимо, что метрические отношения пространства в бесконечно малом не отвечают геометрическим допущениям», а также мысли о дискретности, о физической подоплеке метрических отношений, о многомерных многообразиях и др.

Отметим, кроме того, существенный вклад английского математика *Вильяма Клиффорда* (1845—1879). Ему принадлежит дальнейшее развитие идеи о связи физических свойств материи со свойствами искривленного пространства. В вышедшей посмертно под редакцией К. Пирсона книге Клиффорда «Здравый смысл точных наук» (1885) [9, 11] удивительным образом качественно предвосхищены основные проявления закономерностей созданной значительно позже общей теории относительности. Так, он писал: «...спросим же себя, не можем ли мы подобным же образом рассматривать как изменения физического характера те действия, которые на самом деле обязаны своим происхождением изменениям в кривизне нашего пространства. Не окажется ли, что все или некоторые из тех

причин, которые мы называем физическими, свое начало ведут от геометрического строения нашего пространства.

Вот три рода изменений кривизны в пространстве, которые мы должны признать лежащими в пределах возможного:

I. Пространство наше, быть может, действительно обладает кривизной, меняющейся при переходе от одной точки к другой, — кривизной, которую нам не удастся определить или потому, что мы знакомы лишь с небольшой частью пространства, или потому, что мы смешиваем незначительные происходящие в нем изменения с переменами в условиях нашего физического существования, последние же мы не связываем с переменами в нашем положении...

II. Наше пространство может быть действительно тождественно во всех своих частях (имеет одинаковую кривизну), но величина его кривизны может изменяться как целое во времени. В таком случае наша геометрия, основанная на тождественности пространства, сохранит свою силу для всех частей пространства, но перемены в кривизне могут произвести в пространстве ряд последовательных видимых изменений.

III. Мы можем мыслить наше пространство как имеющее повсюду приблизительно однородную кривизну, но легкие изменения кривизны могут существовать при переходе от одной точки к другой, в свою очередь изменяясь во времени. Эти изменения кривизны во времени могут произвести явления, которые мы не так уж неестественно приписываем физическим причинам, не зависящим от геометрии нашего пространства» [9, с. 46].

Далее в примечании Клиффорд делает конкретные предположения, что такими физическими причинами могут быть теплота, свет, электромагнитное поле. Заметим, что истинная физическая причина искривленности — гравитация (как стало ясно после работ Эйнштейна) — пока им еще не названа. Однако высказана гипотеза о возможной связи электромагнитного поля и геометрии пространства. Так что, по-видимому, именно Клиффорда следует считать родоначальником идеи геометризации электромагнитного поля.

Как видно из приведенного отрывка, Клиффорд значительно более определенно, нежели Риман, ставил вопрос о возможном физическом проявлении искривленности пространства. Как оказалось впоследствии (и это будет продемонстрировано во второй части книги), все отме-

ченые им три типа изменения кривизны нашли естественное воплощение в общей теории относительности. Забегая вперед, отметим, что к первому типу относится, например, искривление пространства (и времени) вокруг гравитирующих тел, в частности вокруг Солнца и Земли. Именно этим искривлением объясняется ньютоновский закон всемирного тяготения. Второй тип по Клиффорду — изменение во времени пространственной кривизны, одинаковой во всех точках, — нашел свою реализацию в современных космологических моделях (см. раздел 2.10). Третий тип изменения кривизны может быть сопоставлен с физическим явлением распространения гравитационных волн, экспериментальный поиск которых настойчиво ведется в настоящее время.

Отметим также, что именно Клиффорду принадлежит первый перевод на английский язык уже упомянутого мемуара Римана. Из воспоминаний современников Эйнштейна и сведений его биографов известно, что Эйнштейн был знаком с работами Клиффорда еще в бернский период своей жизни (1902—1909) [12, с. 39].

В научном наследии видных мыслителей прошлого, кроме достижений, если можно так выразиться, по основной линии, в связи с которыми мы их высоко ценим, как правило, имеются побочные ростки воззрений и концепций, которые значительно опережают свое время и начинают играть важную роль лишь значительно позже. Это в полной мере можно сказать и о Клиффорде. Его следует считать также родоначальником крайней субстанциальной концепции пространства, которой сейчас придерживаются видные физики-теоретики. Так, Клиффорд писал: «...изменение кривизны пространства — это то, что в действительности происходит при том явлении, которое мы называем движением материи, как весомой, так и эфира; что в физическом мире не имеет места ничего, кроме этого изменения, подчиняющегося (возможно) закону непрерывности» [9, с. 36]. Это не что иное, как выдвигание программы полной геометризации всей материи. Именно в русле идей Клиффорда работают известный американский теоретик Джон Уилер и его школа, провозгласившие программу построения «массы без массы», «заряда без заряда» и т. д., т. е. получения всех характеристик материи из свойств «пустого» пространства (и времени).

В подготовке условий для создания общей теории относительности важную роль сыграл австрийский физик

*Эрнст Мах* (1838—1916). Сам Эйнштейн отмечал, что «...Мах ясно понимал слабые стороны классической механики и был недалек от того, чтобы прийти к общей теории относительности. И это за полвека до ее создания! Весьма вероятно, что Мах сумел бы создать общую теорию относительности, если бы в то время, когда он еще был молод духом, физиков волновал вопрос о том, как следует понимать скорость света» [4, с. 29].

Важно отметить, что Мах уже в 1903 г., в самом преддверии создания теории относительности, в своей статье «Пространство и геометрия с точки зрения естествознания» [9, 13] дал глубокий анализ математических и физических аспектов развития представлений о геометрии пространства, подробно и обстоятельно изложил и охарактеризовал роль Лобачевского, Бояи, Римана, Гаусса и других. При этом он исходил из того, что «...геометрия есть применение математики к опыту относительно пространства». Здесь он пишет пророческие слова: «Все развитие, приведшее к перевороту в понимании геометрии, следует признать за здоровое и сильное движение. Подготавливаемое столетиями, значительно усилившееся в наши дни, оно никоим образом не может считаться уже законченным. Напротив, следует ожидать, что движение это принесет еще богатейшие плоды — и именно в смысле теории познания — не только для математики и геометрии, но и для других наук. Будучи обязано, правда, мощным толчкам некоторых отдельных выдающихся людей, оно, однако, возникло не из индивидуальных, но общих потребностей! Это видно уже из одного разнообразия профессий людей, которые приняли участие в движении. Не только математики, но и философы, и дидактики внесли свою долю в эти исследования. И пути, проложенные различными исследователями, близко соприкасаются» [9, с. 82].

Знаменательно, что сам Эйнштейн в своем научном творчестве находился под большим влиянием идей Маха. Создавая общую теорию относительности, он был в полной уверенности, что работает над реализацией идей Маха. Известно также, что Эйнштейн мало кого цитировал, а ссылки на Маха содержатся в большинстве его работ того периода.

Оглядываясь назад, можно с определенностью сказать, что к началу XX в. уже были подготовлены все условия для создания общей теории относительности. Научная мысль уже созрела для естественного восприя-

тия физических проявлений искривленности пространства, а ряд выдающихся геометров: *Софус Ли* (1842—1899), *Эльвин Бруно Кристоффель* (1829—1900), *Грегорио Риччи-Курбастро* (1853—1925), *Тулио Леви-Чивита* (1873—1941) и другие — к этому времени уже разработали необходимый математический аппарат искривленных многомерных многообразий (римановой геометрии) (см. [8, 14]). Чего еще не хватало? Не было двух элементов. Во-первых, необходим был шаг по объединению пространства и времени в рамках единого четырехмерного многообразия, что было сделано в специальной теории относительности (см. след. раздел, а также сборник классических работ [15]) примерно одновременно с упомянутой выше работой Маха. Во-вторых, нужно было, чтобы теория гравитации попала в поле зрения физиков. И это произошло. В работе *Анри Пуанкаре* (1854—1912) «О динамике электрона» (1906) [9, с. 85] был сделан первый со времен Ньютона реальный шаг в развитии теории гравитации — попытка построить ее в рамках пространства-времени специальной теории относительности. В 1907 г. теорией тяготения занялся *Альберт Эйнштейн* (1879—1955) [16, с. 105]. За этим последовали работы Г. Нордстрёма и М. Абрагама (1912) и другие, причем рассмотрение еще велось в рамках плоского пространства-времени. И, наконец, к 1913 г. созрели все необходимые условия, и началось формирование собственно общей теории относительности.

### 1.5. Специальная теория относительности

Объединение пространства и времени в рамках единого четырехмерного многообразия осуществилось в результате другой цепочки идей, гипотез, экспериментов и разочарований. Это открытие — еще один классический пример созревания условий для такого шага к определенному моменту времени, когда к нему приходят сразу несколько ученых.

Как уже отмечалось, уравнения механики Ньютона инвариантны относительно преобразований Галилея (1.1). Можно сказать, что этим формулируется (механический) принцип относительности. Других физических уравнений, описывающих движение материи, долгое время не знали. И вот во второй половине XIX в. *Джеймс Максвелл* (1831—1879), опираясь на результаты *Майкла Фарадея* (1791—1867), сформулировал систему уравне-

ний, описывающих электромагнитное поле. Под электромагнитным полем тогда понималось некое напряженное состояние эфира. Считалось само собой разумеющимся, что уравнения Максвелла должны иметь место лишь в одной привилегированной инерциальной системе, жестко связанной с абсолютно покоящимся эфиром. Оказалось, однако, что эти уравнения не являются инвариантными относительно преобразований Галилея (1.1). Кстати заметим, что эволюция представлений об эфире также представляет весьма любопытную цепочку идей, может быть еще не завершенную в полной мере до сих пор.

Затем в конце XIX в. был поставлен ряд экспериментов с целью обнаружения движения Земли относительно неподвижного эфира. Нет надобности еще раз описывать суть и результаты всем известных сейчас опытов типа Физо или Майкельсона. Главное состояло в том, что обнаружить абсолютное движение Земли оказалось невозможным. Как это можно было совместить с гипотезой эфира? Пришлось вводить ряд дополнительных гипотез, которые шаг за шагом приближали нас к истине. Среди них следует отметить высказанную уже в 1892 г. гипотезу *Джорджа Фитцджеральда* (1851—1901) о сокращении длин. Много было сделано *Хендриком Лоренцем* (1853—1928). В 1904 г. Лоренц, а на год позже Анри Пуанкаре нашли преобразования, относительно которых вакуумные уравнения Максвелла инвариантны. Любопытно упомянуть, что эти преобразования, сейчас всем известные как преобразования Лоренца, были записаны уже в 1887 г. в работе В. Фохта (1850—1919). Но, видимо, тогда это открытие было еще преждевременным.

Требование инвариантности всех законов природы относительно преобразований Лоренца впервые высказал (скорее, как возможность) Пуанкаре. Наконец, в 1905 г. Эйнштейном было показано, что эти преобразования соответствуют свойствам единого четырехмерного пространственно-временного многообразия. Именно с этого момента обычно отсчитывается создание специальной (или частной) теории относительности. Ее основы и главные результаты сейчас известны всем выпускникам средней школы, однако, к сожалению, это далеко не означает усвоение ими (и даже многими студентами вузов) принципов этой теории. Мало заучить определения и формулы. Здесь требуется изменение характера всего физического мышления человека, необходимо оттолкнуться от привычных представлений и подняться на более вы-

сокую ступень миропонимания. Как по собственному опыту, так и по опыту работы со студентами нам известно, как трудно это дается. Приходится пройти через стадию выдвижения и преодоления ряда «парадоксов» теории относительности. Только после неоднократного разрешения этих «парадоксов» достигается убеждение в справедливости теории относительности<sup>2</sup>. Такая картина наблюдалась и во всей истории физики первой половины XX в. Сколько было дискуссий, сомнений и даже травли сторонников теории относительности! Немного можно назвать таких высоких ступенек, разделяющих уровни понимания физических принципов. Сравниться с этим может, пожалуй, лишь осознание принципов квантовой механики. Даже переход от специальной теории относительности к общей обычно дается легче.

Для окончательного рафинирования принципов специальной теории относительности и дальнейшего перехода к общей теории важен был «геометрический» вклад *Германа Минковского* (1864—1909). Пространством-временем Минковского (или плоским пространством-временем) называется четырехмерное многообразие, в котором квадрат интервала между двумя событиями (в декартовых координатах) может быть записан в виде

$$(\Delta s)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta l)^2 = g_{\alpha\beta}^0 \Delta x^\alpha \Delta x^\beta; \quad (1.3)$$

греческие индексы здесь и в дальнейшем принимают четыре значения: 0, 1, 2, 3, причем  $c\Delta t = \Delta x^0$  и  $\Delta x^\alpha$  — разности моментов времени и декартовых координат точек, в которых происходят два события, а  $g_{\alpha\beta}^0$  — метрический тензор пространства-времени Минковского:

$$g_{\alpha\beta}^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (1.4)$$

Здесь и далее используется «правило суммирования Эйнштейна», упрощающее запись соотношений: по любым двум повторяющимся (в одном и том же слагаемом) индексам подразумевается суммирование (в пределах тех значений, которые могут принимать такие индексы). Говорят также, что пространство-время Минковского является

<sup>2</sup> Элементарное обсуждение принципов СТО и ряда ее «парадоксов» см. в [17—22].

ся псевдоевклидовым четырехмерным многообразием (евклидовым оно было бы, если бы все знаки при единицах в (1.4) были одинаковыми). Инвариантным (одинаковым) во всех инерциальных системах отсчета остается не в отдельности  $\Delta t$  (промежуток времени) и  $\Delta l$  (расстояние), а интервал  $\Delta s$ . Очевидно, что квадрат интервала (1.3) можно записать и в других, криволинейных координатах. Тогда метрика (1.4) будет иметь иной вид, а формула (1.3) может быть применена только к дифференциалам координат. От изменения системы координат характер пространства-времени Минковского не изменится.

Напомним некоторые сведения из специальной теории относительности. Примером преобразований Лоренца (в декартовых координатах)

$$x'^{\alpha} = L^{\alpha}_{\beta} x^{\beta}, \quad (1.5)$$

описывающих переход от одной инерциальной системы отсчета к другой инерциальной, движущейся относительно первой со скоростью  $v$  вдоль оси  $x^1$  при параллельности всех соответствующих осей обеих систем, является случай, когда постоянные коэффициенты  $L^{\alpha}_{\beta}$  имеют вид

$$\begin{aligned} L^0_0 = L^1_1 &= (1 - v^2/c^2)^{-1/2}; & L^0_1 = L^1_0 &= \\ &= -(v/c)(1 - v^2/c^2)^{-1/2}; \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$L^2_2 = L^3_3 = 1; \text{ остальные } L^{\alpha}_{\beta} \text{ равны нулю}$$

(поворот в плоскости  $(x^0, x^1)$ ).

Пусть некоторый процесс (движение системы, распространение поля) описывается в некоторой инерциальной системе  $S$  уравнением вида

$$F \left( A, B, \dots, \frac{\partial A}{\partial x^{\alpha}}, \frac{\partial B}{\partial x^{\alpha}}, \dots \right) = 0, \quad (1.7)$$

где  $A, B, \dots$  обозначают совокупность величин, характеризующих систему (поле). Специальный принцип относительности требует, чтобы тот же самый процесс в другой инерциальной системе  $S'$  описывался уравнением той же самой формы (1.7), но в новых (штрихованных) переменных. Это требование будет автоматически выполнено, если закон (уравнение) записан в виде равенства двух тензоров в пространстве-времени Минковского.

Мы здесь впервые упомянули понятие тензора. Что это такое? По опыту мы знаем, что зачастую на первых

порах понятие тензора также отпугивает от теории от носительности. Математический аппарат тензорного исчисления представляет некоторые трудности для усвоения. Но трудности эти происходят лишь от его непривычности. На самом деле здесь нет каких-либо сложностей. Тензорами называются совокупности  $n^k$  величин (компонент), которые определенным ниже образом изменяются при преобразованиях координат. Здесь  $n$  — размерность многообразия, в котором заданы эти величины (нас здесь интересует  $n = 4$ ),  $k$  — ранг тензора. Обычно тензор обозначается символом, например  $V_{\alpha\beta\dots}$ , число индексов  $\alpha, \beta, \dots$  которого равно его рангу. Тензоры первого ранга называются векторами, а нулевого — скалярами.

Для первого чтения книги читателю не понадобится применять тензорный закон преобразования величин; достаточно будет лишь иметь в виду, что таковой имеется. Однако для более подготовленных читателей мы его здесь все-таки приведем. При произвольных преобразованиях координат

$$x'^{\alpha} = x'^{\alpha}(x^{\beta}) \equiv f^{\alpha}(x^{\beta}) \quad (1.8)$$

тензоры преобразуются по закону

$$V_{\alpha\lambda\dots}^{\alpha\beta\dots'}(x') = \frac{\partial x'^{\alpha}}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial x'^{\beta}}{\partial x^{\nu}} \dots \frac{\partial x^{\kappa}}{\partial x'^{\sigma}} \frac{\partial x^{\rho}}{\partial x'^{\lambda}} \dots V_{\kappa\rho\dots}^{\mu\nu\dots}(x). \quad (1.9)$$

Тензоры с верхними индексами называются контравариантными, а с нижними — ковариантными. У тензорной величины одновременно могут быть и верхние, и нижние индексы. Простейшим примером контравариантного тензора первого ранга (вектора) являются дифференциалы координат  $dx^{\mu}$ , для которых имеем  $dx'^{\mu} = (\partial x'^{\mu}/\partial x^{\alpha})dx^{\alpha}$ , а примером ковариантного вектора являются компоненты градиента  $\partial\phi/\partial x^{\alpha}$ , которые преобразуются по закону  $\partial\phi/\partial x'^{\alpha} = (\partial x^{\mu}/\partial x'^{\alpha})\partial\phi/\partial x^{\mu}$ .

Для более детального знакомства с тензорами мы отсылаем читателей к любому учебнику по тензорному исчислению или теории относительности [67, 69, 78, 80]. Здесь же заметим, что тензорный аппарат оказался необходимым для формулирования закономерностей теории относительности, особенно общей. Это язык теории. Без него в современной теории гравитации делать нечего.

Позволим себе напомнить, что при изложении механики принято пользоваться математическим аппаратом

векторного исчисления. Действия векторной алгебры и анализа сейчас являются привычными. Но если посмотреть книги 40-х годов XX в., то можно заметить, что в то время шла борьба за внедрение в механику понятий векторного языка. Были сторонники и противники этого новшества. Раньше при изложении механики удавалось обходиться вообще без векторов, а сейчас уже тензорный язык начинает вытеснять векторный и из механики. Но многие считают, что и это язык уходящего дня. В общей теории относительности он уже начинает вытесняться бескоординатными формализмами, например аппаратом внешних форм Картана.

Продемонстрируем соответствие тензорной и векторной записи наиболее важных уравнений специальной теории относительности. Так, уравнения механического движения можно записать в тензорной форме

$$dp^\alpha/ds = F^\alpha, \quad (1.10)$$

где  $p^\alpha = mu^\alpha$  — импульс частицы,  $u^\alpha = dx^\alpha/ds$  — компоненты 4-скорости,  $F^\alpha$  — компоненты силы (теперь при переходе от одной системы отсчета к другой сила преобразуется по векторному закону). Для чисто механических сил имеет место свойство  $F^\alpha u_\alpha = 0$ . Четырехмерное уравнение движения (1.10) можно расщепить на пространственную трехмерную часть

$$\frac{1}{c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{dp^i}{dt} = F^i, \quad (1.11)$$

где

$$p^i = m_0 v^i / \sqrt{1 - v^2/c^2}; \quad v^i = \frac{dx^i}{dt},$$

и на временную часть

$$\frac{1}{c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{dE}{dt} = F, \quad (1.12)$$

где

$$E = m_0 c^2 / \sqrt{1 - v^2/c^2}; \quad F = F_0$$

(здесь латинский индекс  $i$  принимает три пространственных значения: 1, 2, 3). Пространственную часть (1.11) можно представить в векторном виде

$$\frac{1}{c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}. \quad (1.13)$$

Она представляет собой релятивистское обобщение известных уравнений движения Ньютона. Уравнение (1.12) имеет смысл теоремы об изменении кинетической энергии частицы.

Напомним также запись в векторной форме всем известных уравнений Максвелла:

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (1.14)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (1.15)$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — соответственно напряженности электрического и магнитного полей,  $\rho$  и  $\mathbf{j}$  — плотность заряда и вектор плотности тока источника поля. Вводя тензор электромагнитного поля

$$F_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -H_z & H_y \\ -E_y & H_z & 0 & -H_x \\ -E_z & -H_y & H_x & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.16)$$

можно записать соответственно первую (1.14) и вторую пару (1.15) уравнений Максвелла в тензорной форме

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial F_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu} + \frac{\partial F_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} = 0, \quad (1.17)$$

$$\frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = -\frac{4\pi}{c} j^\mu. \quad (1.18)$$

Наконец, учитывая определение тензора электромагнитного поля, запишем в тензорном виде уравнение движения заряда  $q$  с массой  $m$  в пространстве-времени Минковского (в декартовых координатах):

$$\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} = \frac{q}{mc^2} F^\mu{}_\nu \frac{dx^\nu}{ds}. \quad (1.19)$$

## 1.6. Создание общей теории относительности (геометризация гравитационного взаимодействия)

Теперь мы непосредственно подошли к рождению общей теории относительности. Оно было мучительным и продолжалось (по крайней мере) с 1907 по 1916 г. — целое десятилетие. Можно сказать, что начало этого решительного шага было положено разделом V статьи Эйнштей-

на <sup>3</sup> «О принципе относительности и выведенных из него следствиях» [9, с. 101], где уже отчетливо указана связь между тяготением, с одной стороны, и принципом эквивалентности и ускоренными системами отсчета, с другой стороны. Нельзя сказать, что другие авторы игнорировали эту проблему. Как уже упоминалось, ряд крупнейших физиков, причем тех, кто одновременно был сам тесным образом связан с возникновением специальной теории относительности, приступили к разработке теории тяготения на базе закономерностей теории относительности. Произошло своеобразное обращение ролей теории гравитации и теории электричества в истории физики. Известно, что в свое время ньютонов закон тяготения вместе с уравнением Пуассона для гравитационного потенциала, впервые выведенным *Пьером Лапласом* (1749—1827) в 1782 г. для области вне источника, послужили прототипом для построения электростатики. Теперь же, в начале нашего столетия, наоборот, теория электромагнетизма была положена в основу поисков последовательно полевой релятивистской теории тяготения. Мы не будем здесь обсуждать этот интересный этап научного творчества, читатель может найти достаточно информации о нем в литературе (см. [25, 26]).

Статья Эйнштейна была здесь названа по двум причинам. Во-первых, именно ему удалось довести эту линию исследований до логического завершения. Во-вторых, в этой работе Эйнштейна было сделано нечто большее — теория гравитации была увязана с принципами относительности и эквивалентности. Это был подход физика, обладавшего острым критическим умом и опиравшегося на актуальные принципы своего времени. Однако для отыскания адекватного математического метода потребовалось еще пять лет, точнее — нескольких дней по истечении пяти лет, но дней плодотворного общения с другом студенческих лет *Марселем Гроссманом* (1878—1936). И вот перед нами их статья 1913 г., где впервые увидела свет идея геометризации тяготения. Это не был еще окончательный результат. Это был еще «Проект обобщенной теории относительности и теории тяготения» [9, с. 112], где даже не говорилось прямо о римановой геометрии или о кривизне пространства-времени (а только о метрическом тензоре). Нам представляется, что в этой статье уже было сказано главное —

<sup>3</sup> О жизни и творчестве А. Эйнштейна см. в [12, 23, 24].

фактически была указана связь с более ранней геометрической линией Лобачевского — Римана — Клиффорда.

Попробуем взглянуть на сделанное в этой статье сначала под углом зрения Эйнштейна и его современников, а затем через призму сегодняшнего понимания этих идей. Вспомним специальный принцип относительности: физические явления протекают во всех инерциальных системах одинаково. Иными словами, если мы в какой-то инерциальной системе отсчета поставим некоторый физический эксперимент, то его результаты будут (не только качественно, но и количественно) такими же, как если этот эксперимент тем же способом поставить в любой другой инерциальной системе. Эйнштейна, конечно, прежде всего смущало ограничение инерциальными системами, хотя можно было бы привести разумные доводы в пользу того, что в мире Минковского неинерциальные системы обладают пространственной и временной неоднородностью, проявляющейся в виде сил инерции, зависящих от конкретного задания таких систем отсчета. Конечно, силы инерции должны сказываться на наблюдаемых в этих системах отсчета физических процессах. Вопрос, по существу, состоял в том, нельзя ли так учесть («скомпенсировать») эту неоднородность, чтобы все системы стали в некотором смысле равноправными. Такая компенсация зависела бы от места в пространстве и момента времени ввиду неоднородности свойств системы, т. е. вводила бы некоторое поле. Что это за поле? Для него характерно полное безразличие к природе объектов, на которые оно «действует». Любые массы ускорятся в нем совершенно одинаково, как если бы во втором законе Ньютона стоящая справа сила была пропорциональна массе тела, на которое она действует, и сокращалась с массой в импульсе слева. Но это проявление давно известного принципа эквивалентности, если новое поле отождествить с гравитационным! Эйнштейн всегда опирался на принцип эквивалентности как на очевидный факт, и ссылка на знаменитый эксперимент *Лоранда фон Этвёша* (1848—1919) по проверке этого принципа появилась лишь в статье Эйнштейна с Гроссманом. Мы будем обсуждать его подробнее в начале главы 2.

С другой стороны, с позиций сегодняшнего дня на это можно посмотреть так. Еще со времен Галилея известно, что все тела в гравитационном поле Земли падают одинаково независимо от их индивидуальных свойств (массы, вещества, формы и т. д.). Следовательно, приоб-

ретаемое телами ускорение зависит лишь от той точки пространства, где они оказались. Поэтому нельзя ли характеристики притяжения (получаемое ускорение) сопоставлять не самим телам, а именно соответствующим точкам пространства? Но как это сделать? Ведь плоское пространство-время Минковского чрезвычайно бедно по своим свойствам. Оно однородно, т. е. одинаково во всех точках, и изотропно (одинаково по всем направлениям). Это означает, что компоненты метрики (метрического

тензора)  $g_{\alpha\beta}$  в (1.4) постоянны (по модулю равны либо нулю, либо единице). Следовательно, для реализации данной идеи необходимо перейти к пространству-времени с компонентами метрического тензора  $g_{\alpha\beta}(x)$ , изменяющимися от точки к точке, т. е. к искривленному пространству и времени. Тогда сразу же появляется возможность говорить об изменении геометрических свойств пространства-времени в разных местах. Дальнейшая задача состоит лишь в установлении конкретной связи между значениями компонент  $g_{\alpha\beta}(x)$  и свойствами гравитационных взаимодействий. Именно так и была поставлена задача и начато ее решение в названной работе Эйнштейна и Гроссмана. В «Физической части» этой статьи, написанной Эйнштейном, говорится: «Таким образом, мы приходим к убеждению, что в общем случае гравитационное поле характеризуется десятью пространственно-временными функциями» [9, с. 116]. Эти функции заменяют один ньютоновский гравитационный потенциал  $\phi$ .

В такой теории существеннейшую роль, как в специальной теории относительности, играет интервал (его квадрат). Легко понять, что теперь его следует задавать не между произвольными точками-событиями, как в (1.3), а лишь между двумя бесконечно близкими событиями, так что

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \quad (1.20)$$

где  $dx^\alpha$  — дифференциалы координат событий в соседних точках. Понятно также, что метрический тензор симметричен,  $g_{\alpha\beta} = g_{\beta\alpha}$ , т. е. в общем случае независимыми являются лишь 10 его компонент. Эти компоненты являются основными «кирпичиками» всего математического здания общей теории относительности.

Может возникнуть вопрос: почему интервал задается именно в виде квадратичной формы (1.20)? С чем это связано? Это прежде всего обусловлено свойствами сим-

метрии интервала в отношении направления между двумя близкими точками ( $AB$  эквивалентно  $BA$ ). Но для этого достаточно взять формы четной степени по  $dx$ , и квадратичная — простейшая из них. Может быть, когда-нибудь этого простейшего вида окажется недостаточно. Возможности таких обобщений рассматривались уже самим Риманом. Об этом кратко сказано в п. 3.3.3.

Как же движутся тела в искривленном пространстве-времени? Довольно быстро было понято, что пробные тела (с малыми массами) движутся по экстремальным — геодезическим линиям в искривленном пространстве-времени. Мы уже говорили о геодезических в пространствах Лобачевского и Римана (в разделах 1.3 и 1.4). Такие линии математики умели находить уже давно. Для получения их нужно решить задачу об экстремальном пути между двумя точками, что достигается приравнением нулю вариации длины пути (при фиксированных концах) между этими точками:

$$\delta \int_A^B ds = 0. \quad (1.21)$$

Подставляя сюда  $ds$  из (1.20), после несложных вычислений получаем так называемое уравнение геодезической

$$\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} = -\Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{ds} \frac{dx^\beta}{ds}, \quad (1.22)$$

где  $\Gamma_{\alpha\beta}^\mu$  — символы Кристоффеля, выражающиеся в виде комбинаций первых производных от метрического тензора  $g_{\alpha\beta}$ :

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\mu = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \left( \frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^\beta} + \frac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^\nu} \right). \quad (1.23)$$

Уравнение (1.22) представляет собой систему уравнений движения пробных тел в искривленном пространстве-времени, т. е., как можно теперь сказать, уравнения движения тел в гравитационном поле.

Подчеркнем характерные черты этого уравнения. Во-первых, оно напоминает релятивистское уравнение движения заряженной частицы в электромагнитном поле (1.19). Слева также стоит «ускорение»  $d^2 x^\mu/ds^2$ . Разница в том, что в (1.22) 4-скорость входит квадратично. Символы Кристоффеля в некотором смысле являются как бы напряженностью гравитационного поля — они выражаются через гравитационные «потенциалы»  $g_{\alpha\beta}$  анало-

гично напряженности электромагнитного поля  $F_{\mu\nu} = \partial A_\nu / \partial x^\mu - \partial A_\mu / \partial x^\nu$ . Во-вторых, в уравнениях (1.22) отсутствует масса частиц, т. е. автоматически как бы сокращаются массы гравитационная и инертная, что фактически реализует принцип эквивалентности. В-третьих, из уравнений геодезической (1.22) можно получить в качестве основного приближения радиальное уравнение движения частицы в центральном ньютоновском гравитационном поле  $\dot{v} = -kM/r^2$ , если использовать сферические координаты и положить

$$g_{00} = 1 - \frac{2kM}{c^2 r} \equiv 1 + \frac{2\varphi}{c^2} \quad (1.24)$$

( $\varphi$  — ньютоновский гравитационный потенциал), а остальные компоненты метрики взять такими же, как в пространстве-времени Минковского. Таким образом, мы уже впервые продемонстрировали, как гравитация связана с искривлением пространства-времени! Если на частицу действуют негравитационные силы, то их следует учесть, добавляя соответствующие им векторные выражения в правую часть (1.22). В частности, это может быть электромагнитная сила — правая часть из (1.19). Если таких сил нет, то говорят, что частица движется свободно, т. е. по геодезической.

Некоторые ученые, в частности такие блестящие физики и математики, как *Владимир Александрович Фок* (1898—1974) и *Джон Синг* (р. 1897 г.), отрицают роль (и смысл) принципа эквивалентности гравитации и ускорения [79, 80]. В определенном смысле они правы. В уже готовой общей теории относительности при ее четырехмерной записи без разделения на физическое пространство и время систем отсчета пробная бесструктурная частица движется по геодезической, т. е. согласно уравнению, в котором уже нет масс и нет надобности обсуждать их равенство. Вместе с тем всемирное признание получили эксперименты в СССР и США в 1960-х годах по проверке принципа эквивалентности (см. раздел 2.1), и эти эксперименты позволили увидеть, в каких обширных пределах применима общая теория относительности.

### 1.7. Некоторые характерные черты и особенности общей теории относительности

Пока мы еще не говорили об уравнениях гравитационного поля. Для их получения, т. е. для полной реализации основного результата работы Эйнштейна и Гросс-

мана 1913 г., потребовалось еще почти три года. Это было сделано в двух близких по времени работах, после которых создание общей теории относительности стало свершившимся фактом. Речь идет об «Основаниях физики» Давида Гильберта (1862—1943) и «Основах общей теории относительности» Эйнштейна [9, с. 133, 146]. Работа Гильберта не оказалась сразу в центре внимания физиков из-за своей необычной для той поры математичности (а может быть, и из-за того, что в ней был сделан акцент на быстро утратившую популярность теорию Густава Ми (1868—1957), начавшую собой ряд вариантов единых теорий поля). Понятно, что в центре внимания математиков эта работа не оказалась из-за ее физической направленности (почему-то только гигантам математики, таким, как Лобачевский, Гаусс, Риман, Клиффорд, был органически близок тот пафос физических пророчеств, которые высказал и Гильберт). У Гильберта общие физические принципы естественно выражались в форме математических принципов, а для большинства физиков даже переход от принципа относительности к инвариантности действия казался формальным и неясным. Физика тех лет была по преимуществу наглядной, физики-теоретики, еще не впитали в плоть и кровь теорию групп, матриц, тензоров и спиноров. Наверное, нам сейчас работа Гильберта представляется ясной и понятной, потому что мы со второго-третьего курса университета пользуемся ее языком (с некоторыми техническими упрощениями). В своей статье Эйнштейн не просто обосновывает и излагает новую теорию — он также учит читателя началам геометрического языка (Гильберт только его применяет). Но даже такое предельно «разжеванное» изложение оказалось «не по зубам» большинству современников, и много лет по поводу общей теории относительности между физиками шли споры, основанные главным образом на непонимании ее основ.

Что же собой представляют найденные уравнения гравитационного поля? Мы здесь не собираемся их выводить. Мало сказать, что это не входит в круг задач этой книги. Главное в том, что основные уравнения физики, такие, как уравнения Максвелла, Эйнштейна, Клейна—Фока, Дирака и другие, не выводились, а открывались. И всякий раз, когда говорят об их выводе, на самом деле либо вводят некие постулаты или принципы, эквивалентные этим уравнениям, и от них лишь опять приходят к уравнениям, либо формулируют

ряд положений, которые лишь поясняют, упрощают восприятие этих уравнений. Если в работе Гильберта осуществлялось первое, то мы пойдем по второму пути.

Для этого напомним, каким «строительным материалом» мы уже располагаем. Это 10 компонент метрического тензора  $g_{\alpha\beta}$  (и получающиеся из них однозначно контравариантные компоненты  $g^{\alpha\beta}$ ) и 40 компонент первых производных  $\partial g_{\alpha\beta}/\partial x^\mu$ , причем вместо последних удобнее использовать 40 компонент символов Кристоффеля  $\Gamma_{\alpha\beta}^\mu = \Gamma_{\beta\alpha}^\mu$ , которые однозначно строятся из них. Но этого мало. Законы нашего мира таковы, что практически все основные уравнения физики содержат вторые производные. Так обстоит дело в уравнениях механического движения — слева стоит ускорение ( $d^2x/dt^2$  или  $d^2x^\mu/ds^2$ ), именно так записываются уравнения Максвелла (1.18), где содержатся первые производные от  $F_{\mu\nu}$ , которые сами являются первыми производными от векторного потенциала  $A_\mu$ . Следовательно, естественно ожидать, что и уравнения гравитационного поля должны содержать вторые производные от  $g_{\alpha\beta}$ . Но в какой комбинации? Очевидно, что уравнения должны быть тензорными, поэтому важно знать, какие тензоры можно построить из  $g_{\alpha\beta}$  и их производных.

Простейшим тензором, который можно построить из компонент метрического тензора, его первых и вторых производных, является тензор четвертого ранга  $R^\lambda_{\alpha\nu\mu}$  — тензор кривизны или тензор Римана — Кристоффеля, играющий важную роль в дифференциальной геометрии. Для детального ознакомления со свойствами тензора кривизны мы отсылаем читателя к учебникам по римановой геометрии или общей теории относительности (см., например, [78, 81]). Этот тензор имеет вид

$$R^\lambda_{\alpha\nu\mu} = \frac{\partial \Gamma^\lambda_{\alpha\mu}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial \Gamma^\lambda_{\alpha\nu}}{\partial x^\mu} + \Gamma^\sigma_{\alpha\mu} \Gamma^\lambda_{\sigma\nu} - \Gamma^\sigma_{\alpha\nu} \Gamma^\lambda_{\sigma\mu}. \quad (1.25)$$

Он определяет изменение тензорных величин при параллельном переносе по замкнутому контуру — новое свойство искривленных многообразий. Из  $R^\lambda_{\alpha\nu\mu}$  можно построить тензоры меньшего ранга:

$$R_{\alpha\mu} = R^\lambda_{\alpha\lambda\mu}; \quad R = R_{\alpha\mu} g^{\alpha\mu}$$

— соответственно тензор Риччи и скалярную кривизну.

Теперь уже можно перейти к записи и обсуждению уравнений Эйнштейна. Суть этих уравнений состоит в установлении связи между геометрическими характеристиками пространства-времени и физическими свойствами материи, которая индуцирует искривленность. Но было не так просто выбрать те конкретные величины, которые должны связать между собой искомые уравнения. Сначала было несколько пробных вариантов теории. Наконец, в упомянутых выше работах Гильберта и Эйнштейна было установлено, что уравнения гравитационного поля имеют следующий вид:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \kappa T_{\mu\nu}, \quad (1.26)$$

где справа стоит  $T_{\mu\nu}$  — тензор энергии-импульса материи (для пылевидной материи  $T_{\mu\nu} = \rho c^2 u_\mu u_\nu$ , где  $\rho$  — плотность массы пыли). Перед  $T_{\mu\nu}$  стоит размерный коэффициент  $\kappa = 8 \pi k/c^4$  — эйнштейновская гравитационная постоянная. Во всех учебниках по теории гравитации показывается, что из уравнений Эйнштейна в ньютоновском приближении следует уравнение Пуассона

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 4\pi k \rho, \quad (1.27)$$

где  $\varphi$  связано с  $g_{00}$  согласно (1.24).

Итак, кривизна пространства-времени приобретает физическую значимость. Мы давно привыкли к тому, что многие характеристики нашего мира отражают разные стороны одной и той же сущности. Так было с массой и энергией, с инертной массой и тяготеющей массой, так оказалось теперь с гравитационным полем и геометрическими свойствами пространства-времени. Кривизна — это геометрический объект, компоненты которого в любой данной системе координат меняются от точки к точке. Значит, это есть некоторое поле в математическом смысле слова и одновременно выражение физического гравитационного поля. Заслуга этого открытия принадлежит Эйнштейну.

Теперь обсудим некоторые положения общей теории относительности. В макроскопическом мире гравитация, несомненно, является самым универсальным взаимодействием. Оно всеобщее, ибо все макроскопические объекты в физике его порождают (входят в  $T_{\mu\nu}$ ) и через него взаимодействуют (взаимодействуя, вообще говоря, и по другим каналам, если у них есть соответствующие заря-

ды). Гравитационный заряд — масса-энергия (имеется в виду не просто масса покоя!) — есть у всех объектов, по крайней мере макроскопических. |

С другой стороны, самой общей формой существования материи является четырехмерное пространство-время. «Формой» в том смысле, что без привлечения его характеристик невозможно описывать конфигурации и эволюцию конкретных видов материи. Но гравитация характеризуется кривизной пространства-времени, и можно признать естественным, что универсальность гравитационного взаимодействия и всеобщность пространства-времени как формы существования материи — две стороны одной медали, одной глубинной стороны реальности <sup>4</sup>.

Какие новые качества вносит общая теория относительности в понимание гравитационного поля? У Ньютона тяготение было мгновенным действием тел друг на друга на расстоянии, и оно описывалось однокомпонентным потенциалом, градиент которого (с точностью до множителя) был равен силе. В электростатике эта картина вполне аналогична поведению электрического (скалярного) потенциала. Однако мы знаем, что, с одной стороны, при движении заряженного тела создаваемый им на расстоянии потенциал изменяется с запаздыванием и это обстоятельство должно реализоваться также в теории гравитации, иначе нарушится принцип причинности — можно будет передавать гравитационным путем информацию со сверхсветовой скоростью. С другой стороны, если мы станем производить измерения полей, двигаясь в чисто электрическом поле, то обнаружим присутствие и магнитного поля: абсолютна лишь объединенная система электрического и магнитного полей — целостное электромагнитное поле. Можно также сказать, что магнитное поле является в указанной выше ситуации релятивистским эффектом электрического поля, эффектом движения в нем наблюдателя. Подобный эффект должен присутствовать и при движении в гравитационном поле, т. е. должно существовать квазимагнитное гравитационное поле, обладающее самостоятельной реальностью в случаях, аналогичных тем, когда в электродинамике имеются поля по преимуществу магнитной природы. Оба предполагаемых качества гравитационного поля в общей теории относительности действительно диктуются уравнениями Эйн-

<sup>4</sup> Обсуждение! философских аспектов ОТО см. в [27, 28].

штейна (1.26), однако к ним добавляется еще одно новое качество — существует не имеющее электромагнитного аналога тензорное гравитационное поле. Этот вопрос в наиболее корректной форме решается с помощью методов описания систем отсчета (см. разделы 2.8 и 2.9). В общем случае движение системы отсчета характеризуется тремя тензорами: вектором ускорения  $G_\mu$ , антисимметричным тензором угловой скорости вращения  $A_{\mu\nu}$  и тензором скоростей деформаций  $D_{\mu\nu}$ . Можно показать, что в ряде отношений ускорение  $G_\mu$  является аналогом вектора напряженности электрического поля, а тензор угловой скорости вращения соответствует напряженности магнитного поля. Тогда тензор скоростей деформаций систем отсчета (он симметричен:  $D_{\mu\nu} = D_{\nu\mu}$ ) в теории электромагнитного поля аналога не имеет. В ряде других отношений тензор  $D_{\mu\nu}$  ведет себя как напряженность электрического поля. Можно также говорить об аналогиях некоторых компонент тензора кривизны напряженностям электрического и магнитного полей (см. раздел 3.1), однако компонент у тензора кривизны больше, чем у тензора электромагнитного поля. Итак, гравитация продолжает «традиции» электромагнетизма, но развивает их по-своему. Каждое физическое поле специфично, однако все физические поля подчиняются ряду одинаковых основных принципов.

Естественна и широкоизвестная нелинейность гравитационного поля, формально выражающаяся в том, что уравнения Эйнштейна содержат нелинейные конструкции из потенциалов и их первых производных. Истолкование нелинейности уравнений Эйнштейна связано с универсальностью гравитационного взаимодействия. Гравитационное поле в каком-то смысле (этот вопрос сейчас широко обсуждается и еще не нашел однозначного приемлемого для всех решения) обладает энергией и импульсом. Но тогда эти энергия и импульс должны в свою очередь быть источниками гравитационного же поля, которое в свою очередь дает энергию и импульс, снова порождающие какое-то гравитационное поле, и т. д. и т. п.! Конкретный результат такого «самопорождения» и есть нелинейность уравнений Эйнштейна, в результате которой простое наложение двух или нескольких решений этих уравнений не является снова решением. Напротив, уравнения свободного электромагнитного поля Максвелла линейны, и их решения подчиняются принципу суперпозиции. Факт нелинейности уравнений гравитационного поля при всей своей естественности и понятности приводит к огромным

трудностям, когда мы ищем решения этих уравнений или пытаемся построить простую теорию энергии гравитационного поля.

¶ В общей теории относительности геометризованы гравитационные взаимодействия. Но можно ли сказать, где лежит грань между физикой и геометрией? На этот вопрос можно смотреть с разных позиций. Во-первых, вместо того чтобы отвечать на этот вопрос, можно задать контрвопрос: а может ли существовать такая грань вообще? Имеет ли смысл говорить о разнице между физикой и геометрией? Только наше воспитание в духе евклидовой аксиоматики «повинно» в том, что мы обычно считаем геометрию заданной независимо от физической реальности. Вдумайтесь, насколько такая точка зрения в действительности нелепа: ведь реальный мир един, и все его свойства доступны нам лишь на основании опыта. Геометрия реального мира должна рассматриваться как одна из опытных физических наук, и ее положения и предсказания должны всегда проверяться на опыте и на практике, а аксиомы геометрии — не более, чем рафинированная форма общечеловеческого опыта!

Во-вторых, в современной теории мы имеем дело с величинами двойкой природы. Одни описывают гравитационные взаимодействия, нашедшие в общей теории относительности геометрическую интерпретацию, а вторые, такие, как тензор электромагнитного поля, функции скалярного поля и другие, рассматриваются как внешние к геометрии величины. Вопрос можно понимать так: нельзя ли построить такую теорию, в которой все величины имели бы геометрическое толкование? Этот вопрос был поставлен еще Клиффордом, затем предлагались различные варианты его решения Вейлем, Эддингтоном и другими. К этим работам мы вернемся в третьей главе. Забегая вперед, пока укажем, что наиболее красиво эта задача решается в рамках пятимерной геометрии (см. раздел 3.5).

Наконец, заметим, что на самом деле общая теория относительности уже в момент ее создания Эйнштейном и Гильбертом не сводилась только к теории гравитации. В нее входили (и, конечно, входят) уравнения всех других полей и вещества в искривленном пространстве-времени, записанные ковариантным образом.

Другие характерные черты общей теории относительности под различными углами зрения в общедоступной форме обсуждены в [29—32].

## Глава II

### СЕГОДНЯ

(Обзор основных результатов  
современной теории относительности)

Предыдущая глава касалась главным образом истории развития учения о пространстве и времени. Переходя к сегодняшнему его состоянию, мы рассмотрим основные результаты (включая физические эффекты) общей теории относительности. Хотя наша книга в основном научно-популярная, однако в полной мере популярна лишь ее первая глава. Третья глава будет посвящена более тонким научным проблемам. Соответственно во второй главе читатель встретит переход между этими двумя жанрами. Здесь уровень изложения становится более высоким, наряду с качественной характеристикой состояния теории и эксперимента приводятся несложные, но достаточно строгие математические расчеты.

#### 2.1. Принцип эквивалентности и гравитационное красное смещение

Вернемся к принципу эквивалентности, роль которого в создании Эйнштейном общей теории относительности мы обсуждали в разделе 1.6. Напомним, что речь идет об одинаковом поведении пробных тел (независимо от их конкретной природы), когда они находятся в одинаковых условиях. Обычно пробные тела характеризуются только массой без учета момента импульса и его более сложных аналогов (высших моментов). Тогда согласно принципу эквивалентности конкретная величина массы не играет роли — она сокращается в левой и правой частях уравнений движения (поэтому в уравнении геодезической (1.22) массу вообще не пишут). Такой подход оправдан, так как высшие моменты пробных тел дают в обычных условиях исчезающе малый вклад в законы движения; кроме того, идея принципа эквивалентности состоит в анализе локальных эффектов, тогда как высшие моменты, начиная с мо-

мента импульса, «чувствуют» неоднородности поля (кривизну и ее производные) аналогично тому, как ведут себя электрический и магнитный моменты в обычной электродинамике. Поэтому, говоря о принципе эквивалентности, мы ограничиваемся сравнением инертной и тяготеющей масс.

Если инертная и тяготеющая массы всякого тела пропорциональны друг другу с универсальным коэффициентом пропорциональности, то в законе движения этот коэффициент естественно включить в гравитационную постоянную. Это равносильно простому допущению о равенстве численных значений обеих масс. Таким образом, принцип эквивалентности можно свести к принципу равенства инертной и тяготеющей масс (иногда его называют слабым принципом эквивалентности [33—35]). Заранее такого совпадения нельзя было ожидать, и наша психологическая готовность к нему основывается не столько на опыте, сколько на терминологическом единстве названий обеих характеристик: по физическому смыслу между инертной и тяготеющей массами не больше общего, чем между массой и энергией.

Первые наблюдения принципа эквивалентности (возведенного в ранг принципа лишь Эйнштейном) принадлежат Галилею, который, как рассказывают, обратил внимание на собственные периоды колебаний люстр в соборе и на одинаковый закон свободного падения тел разного состава. Первая количественная проверка этого принципа была проведена Ньютоном, который сравнивал процессы колебаний двух маятников. Их грузы, сделанные из разных веществ, но обладавшие одинаковым весом, помещались в центры тяжести одинаковых деревянных ящичков (чтобы уравнивать аэродинамические свойства обоих маятников), и велось наблюдение за относительным изменением фаз колебаний одной и той же амплитуды. Дальнейшее усовершенствование техники эксперимента принадлежит группам Л. фон Этвёша (с 1886 г.), Р. Дикке (1964) и, наконец, В. Б. Брагинского (1971). Уже Этвёш достиг замечательной точности в установлении равенства инертной и тяготеющей масс — их относительное различие согласно его опытам не превосходит  $10^{-8}$ . Дикке, исследуя золото и алюминий, продвинулся до  $3 \cdot 10^{-11}$ , а Брагинский (для платины и алюминия) — до  $0,9 \cdot 10^{-12}$ .

Схема последних экспериментов сводилась к следующему: на коромысле крутильных весов уравновешивались два шаровых груза из испытуемых веществ. В установле-

нии равновесия, таким образом, участвовали крутильный момент нити подвеса, моменты гравитационных сил, действующих на грузы со стороны Земли и Солнца (роль последнего в этих экспериментах основная), и момент сил инерции, действующих на грузы при вращении установки вместе с Землей. Моменты гравитационных сил и сил инерции вводят в игру как инертную, так и тяготеющую массы, причем в разное время суток эти моменты комбинируются по-разному, но для двух грузов они должны уравниваться автоматически (при фиксированном моменте нити подвеса), если инертная и тяготеющая массы равны друг другу. В противном случае возникли бы колебания крутильного маятника с периодом 24 ч, что можно заметить с помощью радиотехнических средств. Колебания (в пределах шумов) обнаружены не были, а точность результатов опытов определялась возможностями выделения полезного сигнала из шумов [34, 35].

О чем говорят результаты этих экспериментов, относящихся к числу самых тонких в современной физике? Они показывают универсальность всех видов энергии — энергия любого происхождения в равной мере эквивалентна как инертной массе, так и тяготеющей. Дело в том, что различие между разными веществами (платиной и золотом, алюминием, парафином) не сводится к различиям между их обычными макроскопическими характеристиками — удельным и молекулярным весом и пр., а затрагивает также область атомной и ядерной физики. Все свойства макроскопических тел — это усредненные проявления многих элементарных взаимодействий физики (электромагнитного, слабого, сильного и в очень малой степени гравитационного). Разные химические элементы отличаются друг от друга составом атомных ядер (числом в них протонов и нейтронов) и количеством электронов в окружающих ядра электронные оболочки. К этому добавляется еще присутствие электромагнитного и ядерного полей, придающих атомам и молекулам устойчивость. Осуществляя взаимодействие между составными частями ядер и атомов, эти поля в целом приводят к дефекту масс составных систем, что и обеспечивает их устойчивость — энергетическую выгодность данного состояния. Таким образом, полная масса (энергия) системы складывается из масс покоя составных частей, кинетической энергии этих частей и из энергии связывающих их полей. Экспериментальное подтверждение принципа эквивалентности свидетельствует о том, что массы покоя любых частиц, их

кинетические энергии и энергии всех без исключения физических полей, обеспечивающих взаимодействие, равноправны и ведут себя одинаково.

Так как разные слагаемые, дающие полную величину массы тела, на много порядков отличаются своей величиной, то для них принцип эквивалентности устанавливается из опытов Этвёша — Дикке — Брагинского с разной степенью точности. Наиболее грубо эти опыты оценивают эквивалентность энергий гравитационного поля, вклад которой в дефект масс ничтожно мал для обычных лабораторных грузов, прочим видам энергии. Однако для объектов покрупнее гравитационный дефект масс становится тем значительнее (в том числе и по своей относительной роли), чем больше полная масса объекта. Приведем здесь примеры характерных отношений вкладов сильного, электромагнитного, слабого и гравитационного взаимодействий в энергию разных объектов [33]: для среднего атома это  $1 : 10^{-2} : 10^{-12} : 10^{-40}$ , для лабораторного макроскопического груза  $1 : 10^{-2} : 10^{-12} : 10^{-29}$ , а для рядовой звезды (например, Солнца)  $1 : 10^{-2} : 10^{-12} : 10^{-6}$ . Как видно, вклад гравитационной энергии тем больше, чем массивнее рассматриваемое тело. Это неудивительно — гравитационное взаимодействие в ядерных или атомных масштабах не играет в этом смысле роли, а в масштабах макроскопических и тем более астрономических оно доминирует, так как прочие взаимодействия либо имеют короткий радиус действия (как ядерное), либо отвечают зарядам противоположных знаков, которые в крупных телах взаимно компенсируются. Гравитационные же «заряды» — массы — у всех частиц имеют один и тот же знак и только «складываются», а само поле тяготения относится к полям большого радиуса действия. Значит, для гравитационной энергии принцип эквивалентности следует проверять на астрономических объектах (но достаточно компактных по сравнению с характерной длиной неоднородности окружающих их гравитационных полей). Именно таковы массивные планеты и соответствие их движений предсказаниям небесной механики (т. е. теории Ньютона — нерелятивистского предела общей теории относительности) служит здесь эквивалентом опытов Этвёша — Дикке — Брагинского (см. [33, с. 49; 35, с. 469, 474]).

Рассмотрим теперь эффект гравитационного красного смещения, который имеет прямое отношение к принципу эквивалентности. Фотоны, отвечающие разным частотам, обладают разными энергиями (массами движения), но их

мировые линии одинаковы при прочих одинаковых условиях. Однако принцип эквивалентности для них проявляется не только в этом: сохранение их полной энергии в потенциальных гравитационных полях приводит к уменьшению кинетической энергии фотонов (а энергии покоя у них вообще нет!), когда они удаляются от притягивающего тела (покидают гравитационную потенциальную яму). Значит, энергия (и частота) фотона при этом уменьшается — наблюдается их красное смещение. В общем случае такой эффект описывается вместе с эффектом Доплера.

Приведем здесь упрощенный вывод эффекта гравитационного красного смещения в постоянных во времени слабых полях (начав с принципа соответствия теорий Эйнштейна и Ньютона на уровне уравнений движения). Ввиду слабости гравитационного поля в данной области можно ввести единую почти декартову систему координат. Декартова система — это такая, в которой координатные линии повсюду прямолинейны и взаимно ортогональны, т. е. в ней метрический тензор имеет вид (1.4). Если есть хотя бы слабая гравитация, то декартову систему можно ввести лишь приближенно: истинный метрический тензор имеет в ней вид

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{\circ} + h_{\mu\nu}, \quad (2.1)$$

причем добавки  $h_{\mu\nu}$  малы:  $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ . Для медленно движущихся пробных масс, когда  $|dx^i/ds| \ll 1$  (напомним, что латинские индексы принимают чисто пространственные значения 1, 2, 3), можно положить, что  $dx^0/ds \approx 1$ , где  $x^0 = ct$ , и тогда из пространственной части уравнения геодезической (1.22), которое удобнее переписать в виде

$$\frac{d}{ds} \left( g_{\mu\nu} \frac{dx^\nu}{ds} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial g_{\mu\lambda}}{\partial x^\mu} \frac{dx^\lambda}{ds} \frac{\partial x^\lambda}{ds}, \quad (2.2)$$

следует, что

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} \cong -\frac{c^2}{2} \frac{\partial g_{00}}{\partial x^i}. \quad (2.3)$$

В обычных векторных обозначениях

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \cong -\frac{c^2}{2} \text{grad } g_{00}. \quad (2.4)$$

Сравнивая это с ньютоновским законом движения пробной массы в гравитационном поле

$$d^2 \mathbf{r} / dt^2 = -\text{grad } \Phi_N \quad (2.5)$$

( $\Phi_N$  — ньютоновский потенциал тяготения; инертная и тяготеющая массы сократились в соответствии с принципом эквивалентности), имеем  $g_{00} \cong 1 + 2\Phi_N/c^2$ , т. е. опять формулу (1.24). Здесь константа интегрирования взята равной 1, чтобы асимптотически (при  $r \rightarrow \infty$ ) метрика свелась к декартовой (в частности,  $g_{00} \rightarrow 1$ ). Для свободного фотона  $E = h\nu$  ( $E$  — энергия,  $\nu$  — частота,  $h$  — постоянная Планка). Если, однако, фотон находится в гравитационном поле, то сюда следует добавить отрицательную потенциальную энергию фотона (дефект массы):  $E = h\nu + h\nu\Phi_N/c^2$ . Эта полная энергия сохраняется при переходе фотона из положения 1 в положение 2:

$$h\nu_1 + h\nu_1\Phi_N(1)/c^2 = h\nu_2 + h\nu_2\Phi_N(2)/c^2. \quad (2.6)$$

Отсюда

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{1 + \Phi_N(2)/c^2}{1 + \Phi_N(1)/c^2} \approx \sqrt{\frac{g_{00}(2)}{g_{00}(1)}} \quad (2.7)$$

или

$$\frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_2} = \frac{\Phi_N(2) - \Phi_N(1)}{c^2 + \Phi_N(1)} \approx \frac{\Phi_N(2)}{c^2} - \frac{\Phi_N(1)}{c^2}. \quad (2.8)$$

Итак, в соответствии с принципом эквивалентности относительный гравитационный сдвиг частоты пропорционален разности гравитационных потенциалов в точках испускания и приема фотона. Этот эффект впервые удалось очень точно измерить в земных лабораторных условиях (астрофизические проявления завуалированы сильными шумами)<sup>5</sup>. Эксперименты привели к результату, равному  $0,9990 \pm 0,0076$  от предсказываемого на основании принципа эквивалентности.

## 2.2. Пространство-время Шварцшильда

Простейшим с точки зрения вычислений (но совсем не простым, как видно из истории исследований) является статическое сферически симметричное гравитационное

<sup>5</sup> Для этого был применен эффект Мёссбауэра [35, с. 469], позволяющий получить пучок фотонов (гамма-квантов) строго определенной частоты и прецизионно измерить изменение этой частоты после того, как фотоны поднимутся на высоту примерно 20 м (или опустятся — тогда смещение будет фиолетовым). Эффект Мёссбауэра состоит в распределении импульса отдачи при испускании и поглощении фотона между всеми ядрами кристаллической решетки твердого тела, в результате чего скорость отдачи излучающего или поглощающего гамма-квант ядра, входящего в состав решетки, становится ничтожно малой и устраняется доплеровский вклад, который искажил бы результаты опыта.

поле в вакууме. Оно, по крайней мере вдали от источника, аналогично электростатическому полю Кулона, которое представляет собой простейший пример решения уравнений Максвелла. Такое гравитационное поле названо в честь Карла Шварцшильда, нашедшего это решение уравнений Эйнштейна с равной нулю правой частью еще в 1916 г. — сразу после формулировки общей теории относительности [9, с. 199]. С тех пор и по сей день решение Шварцшильда остается важнейшим примером релятивистского гравитационного поля, и не по причине бедности наших познаний в этой области (ведь получено огромное число разнообразных решений), а вследствие необычайного богатства пространства-времени Шварцшильда физическим и математическим содержанием.

Мы рассмотрим здесь самые общие свойства решения Шварцшильда и позднее (в разделе 3.2) еще вернемся к нему, чтобы обсудить ряд деталей, важных для астрофизики. Обычно это решение получают, решая систему дифференциальных уравнений — уравнений Эйнштейна, наложив на них два условия: сферическую симметрию и отсутствие источников. Тогда сами уравнения автоматически требуют, чтобы это гравитационное поле было статическим, и все сводится к уравнению в обыкновенных производных, которое легко решается, а константы интегрирования определяются из условий на бесконечности. Некоторая сложность такого подхода связана с предварительными этапами расчета в общем виде компонент кривизны, которые затем подставляются в левую часть уравнений Эйнштейна. Мы не можем здесь идти по этому пути, но все же приведем хотя бы подобие вывода, позаимствовав его у А. Зоммерфельда [36], который в свою очередь ссылается на Ленца. Читатель, которому наши вычисления покажутся сложными, может без ущерба для понимания дальнейшего материала перейти прямо к формуле (2.15).

Пусть во всем мире существует только единственная компактная сферически симметричная масса, а пространство-время асимптотически (на пространственной бесконечности) обладает метрикой Минковского, которую мы запишем в сферических координатах:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (2.9)$$

Введем на большом расстоянии от массы, покоящейся в начале координат, четверку взаимно перпендикулярных единичных векторов (ортонормированный базис), парал-

лельных координатным осям. Тогда, обозначая эти векторы как  $g^{(\alpha)}$ , где  $\alpha$  — номер вектора ( $\alpha = 0, 1, 2, 3$ ), получим для них следующие значения компонент:

$$\begin{aligned} g^{(0)}_0 &= 1, & g^{(0)}_1 &= g^{(0)}_2 = g^{(0)}_3 = 0; \\ g^{(1)}_0 &= 0, & g^{(1)}_1 &= 1, & g^{(1)}_2 &= g^{(1)}_3 = 0; \\ g^{(2)}_0 &= g^{(2)}_1 = 0, & g^{(2)}_2 &= r, & g^{(2)}_3 &= 0; \\ g^{(3)}_0 &= g^{(3)}_1 = g^{(3)}_2 = 0, & g^{(3)}_3 &= r \sin \theta. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Удобно работать не по отдельности с компонентами этих ковариантных векторов, а с линейными дифференциальными формами (ковекторами или 1-формами), которые определяются следующим образом:

$$\omega^{(\alpha)} = g^{(\alpha)}_{\mu} dx^{\mu} \quad (2.11)$$

( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ; предполагается суммирование по  $\mu$ ). В нашем случае

$$\omega_{\infty}^{(0)} = c dt, \quad \omega_{\infty}^{(1)} = dr, \quad \omega_{\infty}^{(2)} = r d\theta, \quad \omega_{\infty}^{(3)} = r \sin \theta d\varphi, \quad (2.12)$$

так что для удаленного наблюдателя координаты  $t$ ,  $r$ ,  $\theta$  и  $\varphi$  имеют смысл обычных сферических координат (в частности, могут быть измерены стандартным образом). Пусть этот наблюдатель, «прихватив» с собой и свой базис, сядет со всеми необходимыми приборами в кабину лифта и даст ей возможность свободно падать к притягивающему центру — сферически симметричной массе. Рано или поздно он попадет в область достаточно сильного гравитационного поля, развив при этом некоторую скорость  $v$  в направлении начала координат. Конечно, себя наблюдатель будет считать покоящимся, так как по принципу эквивалентности он не ощутит никаких ускорений, пока в масштабах его кабины поле тяжести будет оставаться достаточно однородным. Однако, измеряя длину масштабов и темп хода часов, покоящихся относительно центральной массы, он заметит, что внешние эталоны постепенно изменяются. Согласно тому же принципу эквивалентности он должен приписать эти изменения относительной скорости движения измеряемых им масштабов и часов. Как известно из СТО, для него замедлится ход внешних часов, покоящихся относительно центральной массы, и сократится длина масштабов, расположенных в радиальном направлении. Длины масштабов, ориентированных поперек направления движения,

конечно, не изменятся. Так как временной и пространственный масштабы — это и есть, по существу, базис в той системе, к которой отнесены измерения, то свободно падающий базис (2.12), приносимый наблюдателем из бесконечности, связан с базисом системы отсчета, мимо которой наблюдатель в этот момент пролетает, обычными соотношениями

$$\begin{aligned}\omega^{(0)} &= \sqrt{1 - v^2/c^2} \omega_\infty^{(0)}, & \omega^{(1)} &= \omega_\infty^{(1)} / \sqrt{1 - v^2/c^2}, \\ \omega^{(2)} &= \omega_\infty^{(2)}, & \omega^{(3)} &= \omega_\infty^{(3)}.\end{aligned}\quad (2.13)$$

Квадрат интервала — инвариант, и его можно теперь найти в статическом базисе из соотношений (2.13) в виде

$$\begin{aligned}ds^2 &= \omega^{(0)}\omega^{(0)} - \omega^{(1)}\omega^{(1)} - \omega^{(2)}\omega^{(2)} - \omega^{(3)}\omega^{(3)} = \\ &= (1 - v^2/c^2) \omega_\infty^{(0)}\omega_\infty^{(0)} - \frac{\omega_\infty^{(1)}\omega_\infty^{(1)}}{1 - v^2/c^2} - \omega_\infty^{(2)}\omega_\infty^{(2)} - \omega_\infty^{(3)}\omega_\infty^{(3)}.\end{aligned}\quad (2.14)$$

Здесь учтено то обстоятельство, что каждый из двух используемых базисов в своей области применимости ортонормированный, причем базис  $\omega^{(\alpha)}$  применим повсюду (при любых значениях  $r$ ) и переходит в базис  $\omega_\infty^{(\alpha)}$  на больших расстояниях (асимптотически), где скорость наблюдателя была равна нулю. Чтобы окончательно записать полученную метрику, остается выразить  $v$  как функцию  $r$ . Сделаем это, полагая  $g_{00} = 1 + 2\varphi_N/c^2$  согласно (1.24). Здесь также использован принцип эквивалентности вместе с принципом соответствия с теорией Ньютона<sup>6</sup>. Вспоминая, что  $\omega_\infty^{(0)} = cdt$ , и выражая квадрат интервала через координаты, взятые с точки зрения далекого наблюдателя (и меняющиеся, вообще говоря, свой смысл на конечных расстояниях от центральной массы), мы видим, что  $g_{00} = 1 - v^2/c^2$ , откуда  $v^2 = 2\varphi_N$ . Предполагая, что центральная масса точечная, т. е. что  $\varphi_N = -km/r$ ,

<sup>6</sup> Насколько сильны при этом ограничения, связанные с предположением о слабости гравитационного поля, которое делается при реализации принципа соответствия? Мы думаем, что в данном случае ограничения вообще отсутствуют, так как точное принятие выражения  $g_{00} = 1 + 2\varphi_N/c^2$  при еще не определенной до конца метрике означает использование свободы выбора радиальной координаты, которая вовсе не является самой длинной, но связана с ней через метрику. Это не значит, что результат будет строгим, — ведь мы опираемся лишь на интуитивные соображения, не решая уравнений поля. Однако прямая проверка подтверждает точность найденного решения!

имеем окончательно

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2km}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2km}{c^2 r^2}} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (2.15)$$

Это и есть метрика Шварцшильда — знаменитое точное решение уравнений Эйнштейна в пустоте при сферической

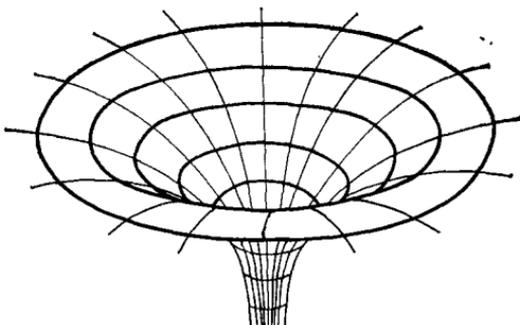


Рис. 3

симметрии исчезающего на бесконечности гравитационного поля (в чем можно непосредственно убедиться, подставляя (2.15) в уравнения Эйнштейна). Подчеркнем, что при этом выводе мы пользовались только локальной применимостью СТО, принципом эквивалентности и принципом соответствия с теорией Ньютона.

Исследуем некоторые основные свойства пространства-времени, описываемого метрикой (2.15). Во-первых, эта метрика асимптотически переходит в метрику Минковского (в сферических координатах), т. е. мир становится плоским на больших расстояниях от начала координат. Однако на конечных расстояниях пространство уже не плоское: из (2.15) непосредственно видно, например, что длины окружностей, проведенных вокруг начала координат, увеличиваются при возрастании радиуса медленнее, чем в плоском евклидовом пространстве (рис. 3). Во-вторых, компоненты этой метрики не зависят от координаты  $t$ . Спрашивается, можно ли безоговорочно сказать, что поэтому метрика статическая? Да, если  $t$  соответствует физическому времени, т. е. если коэффициент при  $dt^2$  в (2.15) положителен, тогда как коэффициенты при остальных квадратах координат отрицательны. Это имеет место, если  $r > 2km/c^2$ , и во всей этой области, уходящей в про-

странственную бесконечность, метрика (2.15) действительно описывает статическое сферически симметричное гравитационное поле. Однако при  $r < 2km/c^2$  компонента  $g_{00}$  становится отрицательной, а  $g_{rr}$  — положительной, так что в этой области роль временноподобной координаты играет  $r$ , а роль пространственноподобной координаты принимает на себя  $t$ . Итак, в этой области гравитационное поле существенно зависит от времени ( $r$ ), оставаясь не зависящим от координаты  $t$ . Что же будет на границе этих областей? Поверхность  $r = 2km/c^2$  является особой в том смысле, что на ней компонента  $g_{00}$  метрического тензора обращается в нуль, а  $g_{rr}$  становится бесконечной. Другим особым значением координаты  $r$  является  $r = 0$ , но это и неудивительно: если мы имеем точечный источник, то в начале координат всегда должна быть особенность (сингулярность), как, например, и в поле Кулона в электростатике. Для гравитации, однако, такая сингулярность специфична в том отношении, что ее местоположение ведет себя совсем не так, как местоположение кулоновской сингулярности (которая просто неподвижна). Нетрудно убедиться в том, что шварцшильдовская сингулярность  $r = 0$  в принципе не может стоять на месте, более того — всегда движется быстрее света. Это видно из знака  $ds^2$  для дифференциалов координат, взятых вдоль мировой линии сингулярности (лучше проводить этот анализ, немного отступив от нее, чтобы работать с конечными величинами). Любая мировая линия  $r = \text{const} < 2km/c^2$ ,  $d\theta = d\varphi = 0$  лежит вне светового конуса и поэтому описывает движение со сверхсветовой скоростью. Это остается верным и при  $r = 0$ .

Вернемся снова к «сфере»  $r = 2km/c^2$ . Внутри нее линия  $r = \text{const}$  изображает сверхсветовое движение (она пространственноподобна,  $ds^2 < 0$ ); ясно, что вне этой сферы такая линия временноподобна (описывает обычное движение со скоростью меньше световой,  $ds^2 > 0$ ). Значит, при  $r = 2km/c^2$  линия изотропна ( $ds^2 = 0$ ) — точка, остающаяся на сфере Шварцшильда при  $d\theta = d\varphi = 0$ , обладает скоростью света! Таким образом, на этой сфере лежит по крайней мере одна из образующих светового конуса. Что будет с другой его радиальной образующей? Световой конус определяется равенством  $ds^2 = 0$ , и отсюда для радиальных образующих  $dr/dt = \pm(1 - 2km/(c^2r))$ . Если брать последовательно световые конусы с вершинами, лежащими все ближе к сфере Шварцшильда, станет видно, как световой конус «схлопывается», его образу-

щие в пределе при  $r \rightarrow 2km/c^2$  сливаются друг с другом, так что теряется различие между всеми досветовыми скоростями и скоростью света. Но может ли такое иметь смысл? Ведь это значило бы, что сойти со сферы Шварцшильда можно лишь в пространственноподобном направлении, т. е. со сверхсветовой скоростью, и попасть на нее можно лишь точно таким же путем. Все остальные скорости — от равной нулю и до скорости света — оказываются неразличимыми на этой сфере... Почему же? Закон природы это или какой-то дефект метрики? Оказывается, это дефект, но не метрики как таковой, а выбранной нами системы координат. Вспомним, какой смысл имели с самого начала координаты  $t$  и  $r$ . Они означали обычное время и обычную радиальную координату для бесконечно удаленного наблюдателя. Так не в том ли дело, что эти координаты неприменимы на сфере Шварцшильда? Ведь попасть на эту сферу при конечном  $t$  можно лишь со сверхсветовой скоростью, а падающий наблюдатель приобрести ее в принципе не может — его масса покоя отлична от нуля, и даже для достижения скорости света ему было бы необходимо заполучить бесконечную энергию, тогда как любой реальный источник энергии обладает ограниченными ресурсами. Если даже падать из бесконечности с максимально допустимой для реального объекта скоростью — скоростью света (и быть тогда фотоном), то ни при каком конечном значении  $t$  невозможно достигнуть сферы Шварцшильда. Ведь мировые линии света, если хоть одна их точка лежит на этой сфере, должны оставаться на ней целиком (мы говорим сейчас о строго радиальном движении), и «пришлые» лучи света будут изобращаться мировыми линиями, лишь асимптотически касающимися сферы Шварцшильда. Взгляните на рис. 4: здесь изображены локальные световые конусы с вершинами на разных удалениях от  $r = 2km/c^2$  (сферы Шварцшильда). Сама эта сфера выглядит как вертикальная прямая, изображающая постоянство величины  $r = 2km/c^2$  во все «моменты»  $t$  (координата  $t$  меняется по оси ординат). Учитывая постепенный рост крутизны образующей светового конуса по мере приближения к сфере Шварцшильда, нетрудно изобразить линии света, уходящего от сферы на бесконечность и падающего к ней с бесконечности. Итак, наш наблюдатель ни в какой момент  $t$  не может достигнуть сферы Шварцшильда, а тем более — проникнуть внутрь нее. Значит, метрика (2.15) претендует пока только на описание внешней по отношению к сфере части мира.

Проследим теперь за падением наблюдателя. Он падает свободно, т. е. движется по геодезической, уравнение которой имеет вид (2.2). Это четыре уравнения, из которых два (соответствующие угловым компонентам) удовлетворяются при радиальном движении тождественно. Вре-

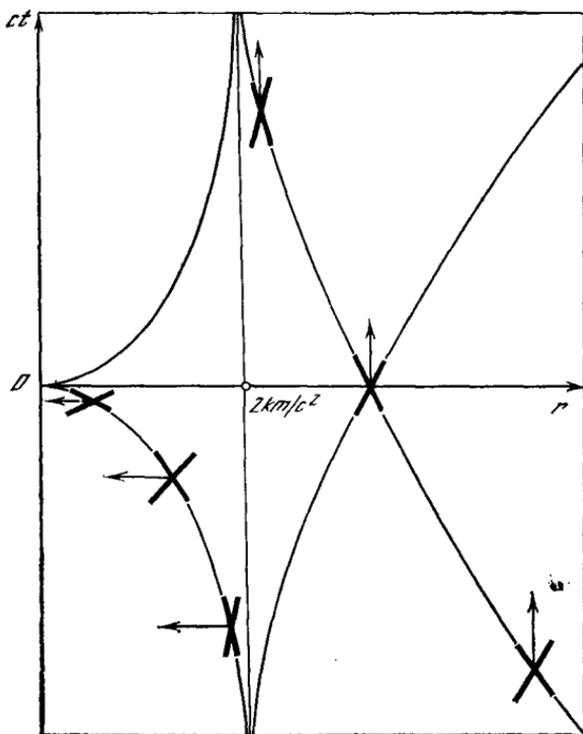


Рис. 4

менная компонента уравнения геодезической ( $\mu = 0$ ) дает в силу независимости компонент метрики от  $t$

$$\frac{d}{ds} \left[ \left( 1 - \frac{2km}{c^2 r} \right) \frac{dt}{ds} \right] = 0. \quad (2.16)$$

Это уравнение интегрируется просто, и мы приходим к равенству

$$c \left( 1 - \frac{2km}{c^2 r} \right) \frac{dt}{ds} = 1 \quad (2.17)$$

(это интеграл энергии, в котором постоянная интегрирования принята равной 1, так как наблюдатель покоился при

$r = \infty$ ). Выражая в  $ds^2$  величину  $dt$  через  $ds$ , найдем после простого вычисления

$$ds = -\sqrt{2km/c^2} dr, \quad (2.18)$$

где при извлечении корня выбран знак минус, чтобы описать процесс падения (а не вылета) наблюдателя. Это уравнение также просто интегрируется, нужно только взять в качестве исходной координаты некоторое  $r_0$  (см. рис. 4), так как из бесконечности попасть куда бы то ни было с конечной скоростью за конечный срок невозможно. В результате получим

$$\begin{aligned} \Delta s &= - \int_{r_0}^{2km/c^2} 2\sqrt{2km/c^2} d\sqrt{r} = \\ &= \frac{2\sqrt{2km}}{c} \left( \sqrt{r_0} - \sqrt{\frac{2km}{c^2}} \right). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Что это означает? Собственное время  $\Delta s/c$ , прошедшее по часам падающего наблюдателя, пока он свободно летел от точки  $r_0$  до сферы Шварцшильда, оказывается конечным. Вместе с тем, как видно из рис. 4, момент «времени»  $t$ , в который наблюдатель попадает на сферу Шварцшильда, пройдя через очку  $r_0$  в момент  $t = 0$ , бесконечно велик — наблюдатель «попадает» туда лишь асимптотически, и как бы мы ни продолжали наш чертеж вверх, мы никогда (по  $t$ ) не дошли бы до этой точки! Значит, на сферу Шварцшильда попасть все-таки можно, но для описания такого путешествия координата  $t$  совершенно непригодна.

«Хорошие» координаты для поля Шварцшильда, пригодные сразу вне, внутри и на сфере Шварцшильда, существуют и хорошо изучены. Однако в следующих разделах мы ограничимся рассмотрением явлений, протекающих вне сферы Шварцшильда, где сохраняет силу вид метрики (2.15).

### 2.3. Движение перигелия и объяснение загадки Меркурия

Законы движения планет прекрасно объясняются теорией тяготения Ньютона, и это объяснение знаменовало собой триумф ньютоновской механики, поразив воображение современников универсальной применимостью законов природы как у нас на Земле, так и в мире небесных тел, прежде считавшихся ни в чем не похожими на несовер-

шенные земные объекты. Ньютон спустил астрономию на Землю, и каждый новый факт в поведении небесных тел, объясненный земной теорией, поддерживал эту тенденцию (хотя сам Ньютон пошел на такую «кощунственную» акцию скрепя сердце — см. [39, с. 64]). Что касается движения планет, то астрономы настолько прониклись верой в мощь законов Ньютона, что стали толковать видимые их нарушения как признак существования новых планет, еще не наблюдавшихся в телескоп. Так, по возмущениям движения планеты Уран Дж. Адамс в Англии и Ю. Леверрье во Франции в 1840-х годах предсказали существование планеты Нептун и предвычислили ее положение на небе. Адамс начал свои расчеты в 1843 г. и уже в октябре 1845 г. представил результаты известному английскому астроному-наблюдателю Эйри, который не очень-то в них поверил (как известно, нет пророка в своем отечестве, к тому же Адамс был еще студентом!). Леверрье начал проводить вычисления (независимо от Адамса) в 1845 г. по совету ведущего французского астронома Араго и завершил их к лету 1846 г.; опубликованные им результаты попали и к английским астрономам, которые тогда вспомнили о своем соотечественнике Адамсе и начали было поиски, но тут их опередил берлинский астроном Галле, которому переслал свои расчеты Леверрье, и открыл новую планету на расстоянии всего в  $1^{\circ}$  от теоретически предсказанного им места на небе!

Эта история не имеет прямого отношения к общей теории относительности, но успехи ньютоновской теории так подогрели веру в нее со стороны физиков и астрономов, что поиски еще не наблюдавшихся планет распространились и на область, близкую к Солнцу. Дело в том, что к середине прошлого века появились данные о неправильностях в движении планеты Меркурий. Регулярно наблюдая прохождения Меркурия по диску Солнца, астрономы смогли очень точно определить элементы его орбиты, но, проследив его движение за длительные сроки, обнаружили, что оно отклоняется от предсказываемого теорией Ньютона. Тогда тот же Ю. Леверрье принялся за вычисления орбиты и массы возможной планеты, которая отвечала бы за поведение Меркурия.

Известные всем законы Кеплера, вытекающие из ньютоновской механики с ее законом всемирного тяготения, выполнялись бы в чистом виде, если бы в Солнечной системе была всего одна-единственная планета. Однако планет много, и некоторые из них обладают значительной массой

(у планеты Юпитер она всего лишь в тысячу раз с небольшим меньше, чем у Солнца; напомним, что Земля легче, чем Солнце, в 333 000 раз). Взаимное притяжение заставляет планеты двигаться вокруг Солнца не по идеальным эллипсам, которые диктуются гравитационным потенциалом, пропорциональным  $1/r$ , и нерелятивистскими законами движения Ньютона, а по близким к эллипсам, но не замкнутым орбитам. Такие возмущенные орбиты похожи на эллипсы, постепенно поворачивающиеся в своей плоскости, так что, например, перигелий Меркурия перемещается под действием возмущений со стороны всех остальных планет примерно на  $575''$  (секунд дуги) за 100 лет. Нужно отметить, что имеется еще и нединамическое (кинематическое) движение перигелия, связанное с вращением (точнее, с прецессией) нашего базиса и добавляющее к указанному выше для Меркурия еще  $5026''$  за столетие. Это все — следствия теории Ньютона, которую в прошлом веке умели прилагать к небесной механике, пожалуй, не намного хуже, чем сейчас, и уже тогда открыли, что к поддающимся объяснению  $575'' + 5026'' = 5601''$ , на которые перигелий Меркурия опережает движение этой планеты по кеплеровой орбите за столетие, фактически добавляется еще около  $40''$ . Это и привлекло внимание Леверрье. Но никакие поиски — ни прохождений гипотетической планеты по диску Солнца, ни ее присутствия вблизи диска Солнца во время полных солнечных затмений — не имели успеха. Делались и попытки обобщить закон всемирного тяготения Ньютона, добавляя в потенциал новые слагаемые или изменяя показатель степени у  $r$ ... Это стало напоминать добавление эпициклов в древней астрономии Гиппарха и Птолемея, и только общая теория относительности Эйнштейна вызвала у астрономов вздох облегчения!

Сразу же в процессе создания своей теории Эйнштейн показал, что орбиты планет в ней не могут быть замкнутыми; они похожи на эллипсы, все время поворачивающиеся в своей плоскости, — их большие полуоси вращаются с постоянной скоростью. Если рассмотреть уравнение геодезической в поле точечного источника (поле Шварцшильда), то легко найти законы сохранения энергии и момента и показать, что движение происходит в постоянной плоскости (назовем ее экваториальной). Так как нас интересует траектория движения (орбита) планеты, а не четырехмерная мировая линия, то, комбинируя первые интегралы и само выражение для четырехмерного интервала, можно просто прийти к уравнению первого поряд-

ка для радикальной координаты  $r$  как функции угла  $\varphi$ . Это уравнение непосредственно интегрируется в квадратурах, но результат не выражается через элементарные функции (получается эллиптический интеграл). Поэтому обычно пользуются приближенным представлением решения. Для принципиального анализа это не столь уж интересно, и мы ограничимся здесь его самой общей характеристикой. Первым приближением, выводящим за рамки

законов Ньютона, является запись уравнения орбиты в виде

$$r = \frac{a(1 - \varepsilon^2)}{1 + \varepsilon \cos \lambda\varphi}, \quad (2.20)$$

где  $a$  — большая полуось орбиты,  $\varepsilon$  — ее эксцентриситет, а

$$\lambda = 1 - \frac{3km}{c^2 a (1 - \varepsilon^2)}.$$

Периодичность функции  $r(\varphi)$  определяется периодичностью косинуса, т. е. равна  $2\pi/\lambda$ . Поэтому от одной характерной точки орбиты до другой такой же точки (например,

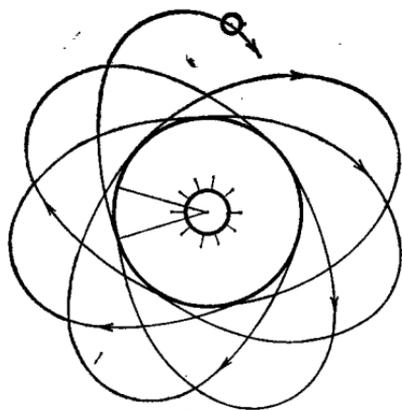


Рис. 5

от одного перигелия до следующего) угол  $\varphi$  изменяется более чем на  $2\pi$  — положение перигелия сдвигается вперед по орбите за один оборот на угол

$$\delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} - 2\pi \cong \frac{6\pi km}{c^2 a (1 - \varepsilon^2)}. \quad (2.21)$$

Если учесть массу Солнца ( $m_{\odot} = 1,99 \cdot 10^{33}$  г), величину большой полуоси орбиты Меркурия ( $a = 57,91 \cdot 10^{11}$  см) и эксцентриситет орбиты ( $\varepsilon = 0,21$ ), а также период обращения Меркурия вокруг Солнца (87,97 сут), то отсюда легко рассчитать угол, на который перигелий Меркурия сдвигается за одно (земное) столетие:  $43,03''$  (см. рис. 5). Наблюдения с поверхности Земли дают (после вычитания кинематических и динамических — со стороны других планет — возмущений) величину  $42,9'' \pm 0,2''$  в отличном согласии с предсказанием общей теории относительности [33] (обсуждение этого эффекта см. в [37, 38, 40]).

Конечно, эффект движения перигелия такого же происхождения должен существовать и для других планет,

но для них он слабее, так как они существенно дальше от Солнца, чем Меркурий, да к тому же движутся заметно медленнее.

#### 2.4. Отклонение лучей света гравитационным полем

Гравитационное взаимодействие универсально — все тела влияют друг на друга через свои гравитационные поля. Свет также порождает свое гравитационное поле и по логике вещей (назовем это аналогом третьего закона Ньютона) «ощущает» действие гравитационных полей других объектов Вселенной. Собственное гравитационное поле света ничтожно мало, и нечего думать о его действии на макроскопические тела, но мировая линия световой вспышки — «луча» — заметно меняется вблизи таких массивных тел, как Солнце. Этот эффект можно рассчитать, решая уравнение геодезической для света, но теперь в отличие от случая планеты геодезическая будет изотропной — для нее  $ds^2 = 0$ .

Рассмотрим распространение света в сферически симметричном гравитационном поле сосредоточенной массы, т. е. в поле Шварцшильда (2.15), которое, однако, удобнее записать при другом выборе радиальной координаты, чтобы упростить расчеты. Мы не будем их здесь воспроизводить, но воспользуемся готовыми результатами и выведем из них некоторые следствия. Уравнение траектории луча (решение уравнения геодезической в первом интересующем нас приближении) имеет вид

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + \varepsilon \cos \varphi}{r_0(1 + \varepsilon)}, \quad (2.22)$$

где новая радиальная координата является функцией старой радиальной координаты (см. (2.15)), обозначавшейся также через  $r$ , и совпадает с ней на больших расстояниях. Здесь  $r_0$  — радиус ближайшего подхода луча к притягивающему центру (при  $\varphi = 0$ ; относительно такого начала отсчета азимутального угла траектория симметрична);  $\varepsilon$  — эксцентриситет «орбиты». При этом

$$\varepsilon = 1 + \frac{c^2 r_0}{2km} \gg 1, \quad (2.23)$$

так что траектория луча — широкая гипербола.

На рис. 6 видно, что, если смотреть вдоль хода луча слева, то источник света кажется расположенным на

продолжении левой асимптоты вверху справа, тогда как в действительности он практически находится на другой, правой асимптоте (если расстояние до него достаточно велико). Поэтому изменение направления на источник определяется углом  $\delta$  между асимптотами, и этот угол легко вычислить на основании рис. 6 и уравнения (2.22). Значения полярного угла  $\varphi$ , при которых радиальная координата  $r$  на траектории становится бесконечно большой, определяют направления обеих асимптот; по модулю

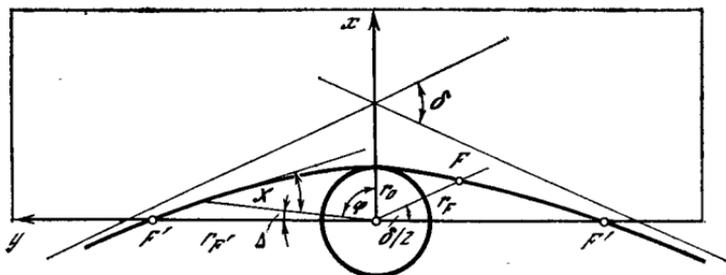


Рис. 6

эти углы равны  $(\delta + \pi)/2$  (вспомним симметрию кривой). Угол  $\delta$  достаточно мал, чтобы его синус с хорошей точностью численно совпадал со своим аргументом (выраженным, конечно, не в градусах, а в радианах):

$$\delta \approx 2 \sin \frac{\delta}{2} = -2 \cos \left( \frac{\pi + \delta}{2} \right) = \frac{2}{\varepsilon}. \quad (2.24)$$

Здесь использовано уравнение (2.22). Отсюда, подставляя из (2.23) величину эксцентриситета, где следует пренебречь первым слагаемым (единицей), так как второе слагаемое несравненно больше, получим известный результат общей теории относительности для отклонения лучей света гравитационным полем массы  $m$ :

$$\delta = 4km/c^2r_0. \quad (2.25)$$

Взяв массу Солнца ( $m_{\odot} = 1,99 \cdot 10^{33}$  г) и его радиус (в качестве радиуса ближайшего подхода,  $r_0 = 7 \cdot 10^{10}$  см), получим для луча, касающегося поверхности Солнца, отклонение на угол  $1,75''$  (проверяя, не забудьте перейти от радианов к секундам дуги!).

Теория Ньютона также предсказывает отклонение лучей света гравитационным полем (если свет рассматривать как поток пробных частиц), но она дает вдвое мень-

ший угол. Такой расчет впервые был проведен в 1800 г. немецким астрономом Зольднером, и это же численное значение сначала получил Эйнштейн в 1911 г. в первом, еще несовершенном варианте теории гравитации. Поэтому было важно проверить прямыми наблюдениями, какую теорию следует выбрать. Практика построения естественнонаучных и в особенности физических теорий показывает, что в конце концов подтверждаются (как наиболее точно и емко описывающие реальность) те конкретные теории, которые выделяются логической стройностью и эстетической красотой. Последнее качество, может быть, более субъективно и не поддается строгой оценке, но первое обладает такой степенью объективности, что на него можно опираться. Сюда следует добавить требование простоты теории, которую также можно определить как понятие, поддающееся объективной оценке. В этих отношениях эйнштейновская теория гравитации обладает неоспоримыми достоинствами, и опыт, действительно, определенно «высказался» в ее пользу.

В первые десятилетия существования общей теории относительности единственным способом проверки эффекта отклонения лучей света было наблюдение положений звезд, вблизи которых совершает свой видимый путь на небесной сфере Солнце, в двух ситуациях — когда они попадают в окрестность солнечного диска и когда они предельно далеки от него. Во втором случае очень удобно сделать в стандартных условиях фотоснимки соответствующих областей звездного неба. Такие же снимки (теми же инструментами и при таких же фотоматериалах) нужно сделать и в первом случае, но для этого приходится ждать полного солнечного затмения, приходящегося на эпоху, когда Солнце находится в данной области неба. Это уже создает определенные трудности — полные солнечные затмения не столь часты, а полоса полной фазы очерчивает узкую полосу на поверхности Земли, так что туда нужно посылать дорогостоящие экспедиции (желательно в ряд пунктов полосы полного затмения, чтобы застраховаться от превратностей погоды). Кроме того, время наблюдения полного затмения приходится на дневной период, когда атмосфера наиболее неспокойна, в ней происходят движения воздуха, вызванные его нагреванием лучами Солнца. Это сильно искажает положение звезд на снимках — звезды могут буквально «ездить» по кадру из-за местных флуктуаций коэффициента преломления воздуха. Поэтому результаты наблюдений во время

полных солнечных затмений хотя и подтверждают предсказание общей теории относительности, но страдают большими количественными неточностями. Данные о таких наблюдениях можно найти в сборнике [9, с. 564, 571, 572] (первая успешная экспедиция А. С. Эддингтона, 1919 г.) и в [33, с. 45—46].

Там же можно найти результаты более точных измерений, не требующих наблюдения полных солнечных затмений. Оказалось, что вблизи линии эклиптики — видимого пути Солнца — наблюдается несколько квазаров. Эти чрезвычайно далекие объекты являются мощными источниками излучения, в ряде случаев в диапазоне радиоволн, и тогда они оказываются, несмотря на свою удаленность, более «яркими», чем близкое к нам Солнце. К тому же радиоволны довольно слабо рассеиваются атмосферой Земли. Проводя радиоинтерференционные наблюдения и пользуясь большой базой (расстоянием между антеннами, сопряженными в единую интерференционную систему), можно весьма точно локализовать точечные радиоисточники — квазары — на небе и измерить изменение их положения при прохождении мимо них Солнца. Таким путем была достигнута точность измерений, подтвердившая эффект отклонения луча света в общей теории относительности с погрешностью менее 1%. При этом удалось исключить возможность влияния преломления радиоволн плазмой, окружающей Солнце (в том числе в солнечной короне), так как для этой плазмы в общих чертах известны различия преломления волн разных частот, а радиоастрономические наблюдения квазаров велись на этих частотах параллельно. (Конечно, можно также фотографировать звездное небо вокруг солнечного диска с внеатмосферных станций, закрывая сам диск небольшим экраном.)

К отклонению лучей света прямое отношение имеет измерение задержки радиолокационных сигналов, проходящих вблизи Солнца, о чем мы уже упоминали в разделе 2.3. Вместе с тем этот эффект связан и с гравитационным красным смещением. Сфокусированный в форме узкого лепестка радиосигнал направляется на Венеру, Меркурий или автоматическую станцию, когда они находятся за Солнцем. Сигнал отражается от цели (а на автоматической станции срабатывает радиоответчик), и волны, второй раз пройдя сквозь область сильного гравитационного поля Солнца, возвращаются к приемнику на Землю. Оказывается, время их путешествия будет продолжительнее, чем рассчитанное для такого же пути, если считать

**скорость света**, постоянной. Однако это не противоречит постулату постоянства скорости света, фундаментальному и для общей теории относительности: дело в том, что мы измеряем время по земным часам, а там, где распространяется волна, время течет медленнее (эффект гравитационного красного смещения). Путь же рассчитывается в соответствии с локальными масштабами вблизи Солнца, и отношение его длины к затраченному волной на путешествие земному времени, конечно, не может совпасть по величине со стандартной скоростью света!

Другой эффект, целиком относящийся к отклонению лучей звезд гравитационным полем Солнца, объясняет давно замеченное явление «отрицательного параллакса», когда расстояние до звезд, измеренное по их параллаксу при наблюдениях с диаметрально противоположных точек земной орбиты, формально оказывается «больше бесконечности». Величина параллакса для большинства звезд очень мала, и оказывается, что даже если лучи проходят по касательной к орбите Земли (т. е. далеко от источника поля — Солнца), эффект их отклонения может доминировать над параллаксом (см. примечание в конце раздела 1.3).

## 2.5. Явление гравитационной линзы

Обратимся снова к фотографиям звездного неба — одного и того же его участка — один раз, когда в центре кадра находится диск Солнца, и другой раз, когда Солнце ушло на противоположную сторону небосвода. Что мы увидим, наложив оба снимка друг на друга? Окажется, что Солнце как бы «раздвинуло» звезды: притягивая к себе их свет, оно тем самым «оттолкнуло» изображения! Иначе говоря, гравитационное поле Солнца подействовало как линза, «увеличив» изображение звездного неба (сами звезды остались на нем точками). С расстоянием поле Солнца становится все слабее, и «коэффициент увеличения» оказывается тем меньше, чем дальше от диска Солнца видны эти звезды. Сосредоточенная масса образует вокруг себя, таким образом, гравитационную линзу, которая в отличие от обычных оптических устройств обладает рядом недостатков и не способна «отбросить на экран» четкое изображение, так как ее «фокусное расстояние» меняется прямо пропорционально квадрату радиуса ближайшего подхода луча к притягивающему центру. Вернемся к рис. 6 и воспользуемся формулами, приведенными в разделе 2.4,

чтобы найти основные характеристики гравитационной линзы.

Возьмем два луча, идущих из бесконечности параллельно друг другу и проходящих в одной плоскости с центральной массой  $m$  по разные стороны от нее с одинаковым минимальным расстоянием  $r_0$ . Эти лучи будут отклонены гравитационным полем массы навстречу друг другу и где-то пересекутся. Точка их пересечения и называется фокусом линзы для данных массы  $m$  и радиуса ближайшего подхода  $r_0$ . Обозначим полученный таким образом фокальный радиус через  $r_F$ . Кроме того, для лучей, испущенных из точки, находящейся от  $m$  на расстоянии, большем, чем фокальный радиус, и проходящих по разные стороны от массы с одним и тем же радиусом ближайшего подхода  $r_0$ , всегда будет существовать сопряженная точка, где эти лучи снова встретятся. Мы имеем, таким образом, два сопряженных фокуса, причем если один из них отодвинуть на бесконечность, то другой приблизится до  $r_F$ . Особый случай — когда оба сопряженных фокуса находятся на одинаковом расстоянии от центральной массы; такое расстояние мы обозначим через  $r_{F'}$ . Все эти точки обозначены на рис. 6, где начерчен только один из лучей (читатель легко добавит второй луч, который в разных случаях должен идти по-разному). Ясно, что построение второго луча будет неодинаковым для фокуса  $F$  и для сопряженных фокусов  $F'$ . Пользуясь рис. 6 и формулой (2.22), получим для  $F$

$$r_F = r_0^2 c^2 / 4km, \quad (2.26)$$

так как точке  $F$  соответствует  $\varphi = (\pi - \delta)/2$ , и для  $F'$

$$r_{F'} = r_0^2 c^2 / 2km, \quad (2.27)$$

так как точке  $F'$  соответствует  $\varphi = \pi/2$ . Итак, два симметричных сопряженных фокуса (оба обозначены через  $F'$ ) находятся в два раза дальше от центральной массы, чем фокус  $F$ , сопряженный бесконечно удаленной точке.

Если центральная масса принадлежит распределенному объекту сферической формы (таково в хорошем приближении и наше Солнце), то можно произвести еще оценки, говорящие о влиянии гравитационного поля этого объекта на его наблюдаемый вид. Из рис. 6 видно, что вследствие гравитационного искривления лучей массивный светящийся объект должен казаться более крупным, чем он есть «на самом деле». Кроме того, наблюдатель, находясь на разных расстояниях от такого объекта, видит не точно об-

ращенную к нему половину (или выделенную прямолинейными касательными на рис. 6 часть) объекта, а область, которая в одних случаях больше, а в других — меньше, чем такая половина. Пусть наблюдатель расположен на (координатном) расстоянии  $r$  от центра массы. Тогда радиус центрального тела будет виден ему под углом  $\chi$ , причем эта половина поперечника тела будет ограничивать часть его поперечного сечения, составляющую угол  $\varphi$  (см. рис. 6). Ясно, что угол  $\varphi$  следует из иной записи уравнения (2.22)

$$\cos \varphi = \frac{1}{\varepsilon} [(1 + \varepsilon) r_0 / r - 1], \quad (2.28)$$

и если этот угол мало отличается от прямого, т. е.  $\varphi = \pi/2 - \Delta$ ,  $\Delta \ll 1$ , то

$$\Delta = r_0 / r - 2km/c^2 r_0 \quad (2.29)$$

(здесь учтено также соотношение (2.23)). Первое слагаемое описывает влияние плоской геометрии (при отсутствии гравитационного отклонения луча) и связано просто с конечным расстоянием наблюдателя от рассматриваемого центрального тела; второе же слагаемое существенно гравитационного происхождения и даже не зависит от положения наблюдателя. Отметим разные знаки обоих слагаемых: гравитационное отклонение лучей света придает им тенденцию «заглянуть» на обратную сторону центрального тела. Что касается угла  $\chi$ , то на основании рис. 6 его можно представить с помощью декартовых координат, которые введены на этом рисунке одновременно с полярными (поверните рисунок так, чтобы ось  $y$  приняла вертикальное положение). Вспомним, что касательная к кривой имеет угол наклона, тангенс которого равен производной  $dy/dx$ , где зависимость  $y(x)$  описывает данную кривую. Нетрудно сообразить, что

$$dy/dx = \operatorname{tg}(\chi + \varphi - \pi). \quad (2.30)$$

Уравнение (2.22) переписывается в декартовых координатах  $(x, y)$  следующим образом:

$$\sqrt{x^2 + y^2} + \varepsilon x = r_0(1 + \varepsilon), \quad (2.31)$$

потому что  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  и  $x = r \cos \varphi$ . Дифференцируя (2.31) по  $x$ , имеем

$$\frac{x + y dy/dx}{r} + \varepsilon = 0 \quad (2.32)$$

Характеристика	Примеры гравитационных линз		
	нейтрон	Земля	Юпитер
$m$	$1,7 \cdot 10^{-24}$	$6 \cdot 10^{27}$	$1,9 \cdot 10^{30}$
$r_0$	$10^{-13}$	$6,4 \cdot 10^8$	$7 \cdot 10^9$
$r_g$	$2,5 \cdot 10^{-52}$	$0,89 \cdot 10^0$	$2,8 \cdot 10^2$
$r_F$	$2 \cdot 10^{25}$	$2,3 \cdot 10^{17}$	$0,9 \cdot 10^{17}$
$\Delta_F$	$2,5 \cdot 10^{-39}$	$1,4 \cdot 10^{-9}$	$4 \cdot 10^{-8}$
$\chi_F$	$5 \cdot 10^{-39}$	$2,8 \cdot 10^{-9}$	$8 \cdot 10^{-8}$

или, снова перейдя к полярным координатам,

$$dy/dx = -(\varepsilon + \cos \varphi)/\sin \varphi. \quad (2.33)$$

Дальнейший несложный расчет с использованием элементарных свойств тригонометрических функций и их разложений в степенные ряды (угол  $\chi$  в действительности достаточно мал) приводит к окончательному выражению

$$\chi \cong \frac{r_0}{r} \left[ 1 + \frac{2km}{c^2} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \right]. \quad (2.34)$$

Кто не хочет возиться с тригонометрией, должен просто принять это соотношение к сведению, — ведь он уже принял к сведению гораздо более важное соотношение (2.22)!

Выше в таблице приведены данные о разных гравитационных линзах. Возьмем в качестве масс, создающих гравитационное поле этих линз, последовательно элементарную частицу (нейтрон), нашу Землю, Солнце, нейтронную звезду (пульсар, вращения которого пока не будем принимать во внимание) и галактику (для простоты возьмем нетипичный случай, когда ее масса распределена сферически симметрично, чтобы вне ее можно было пользоваться решением Шварцшильда). В первых трех строках этой таблицы указаны масса, гравитационный и обычный радиусы объектов (для нейтрона и галактики — характерные размеры), а далее все величины приводятся для лучей, проходящих мимо объектов по гиперболам с радиусами ближайшего подхода, равными обычному радиусу. Так как для симметрично сопряженных фокусов  $r_{F'} = 2r_F$ , в таблице приводится лишь  $r_F$ . Заметим также, что  $\Delta_\infty = -\Delta_F$  (в таблице даны значения  $\Delta_F$ ; см. рис. 6). Ясно, что нейтрон в качестве гравитационной линзы со-

Примеры гравитационных линз			Единица измерения
Солнце	нейтронная звезда	галактика	
$2 \cdot 10^{33}$	$3 \cdot 10^{33}$	$10^{16}$	г
$7 \cdot 10^{10}$	$10^6$	$3 \cdot 10^{22}$	см
$3 \cdot 10^5$	$4,5 \cdot 10^5$	$1,5 \cdot 10^{18}$	см
$0,8 \cdot 10^{16}$	$1,12 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^{26}$	см
$4,3 \cdot 10^{-6}$	0,45	$5 \cdot 10^{-5}$	рад
$8,3 \cdot 10^{-6}$	1,3	$10^{-4}$	рад

вершено безнадежен. Планеты Солнечной системы обладают фокальными точками не ближе ста радиусов (больших полуосей) орбиты самой далекой планеты — Плутона<sup>7</sup>. В десять раз ближе (немногим более десяти таких радиусов) лежит ближайший фокус для Солнца. Для нейтронной звезды, в полтора раза более массивной, чем Солнце, фокус расположен почти на ее поверхности, а благодаря огибанию ее лучами света, уходящими от нее на бесконечность, можно заглядывать на  $0,45$  рад =  $26^\circ$  на ее «обратную сторону», т. е. Видеть дополнительно около  $10\%$  поверхности (хотя все известные пульсары так далеки, что мы наблюдаем их в виде точек даже в самые мощные телескопы). Заметим, что увеличение поверхности, с которой к нам поступает излучение с пульсара, не приводит к увеличению его яркости, в чем легко убедиться, подумав о путях всех лучей, уходящих с него на бесконечность.

На расстояниях (от центров рассмотренных объектов), превышающих  $r_F$ , и до бесконечности располагаются фокусы, соответствующие парам первоначально параллельных лучей, проходящих по разным сторонам от центральной массы на одинаковых и все больших и больших расстояниях. В этом и состоит основное отличие гравитационной линзы от обычных оптических линз. Итак, рассматривая источник света, находящийся достаточно далеко позади большой и компактной массы, мы (если также удали-

<sup>7</sup> 1 радиан  $\cong 57,5^\circ$ ; 1 астрономическая единица (1 а. е.)  $\cong 1,5 \cdot 10^{13}$  см; 1 световой год (1 св. г.)  $\cong 10^{16}$  см. Большая полуось орбиты Плутона  $\cong 40$  а. е.  $\cong 6 \cdot 10^{14}$  см. Расстояние до ближайшей к нам галактики (M 31 — туманность Андромеды) составляет около  $2,2 \cdot 10^6$  св. лет, а до рядового кварара — порядка  $10^{10}$  св. лет.

лись от нее на достаточно большое расстояние) увидим свет этого источника в виде более или менее яркого кружочка, в центре которого расположена масса, образующая гравитационную линзу. Чем дальше мы будем отходить от этой массы, тем больше будет радиус кружочка. Однако картина будет такой, лишь если и источник света, и масса, создающая гравитационную линзу, и сам наблюдатель находятся на одной прямой. В противном случае, так как в сферически симметричном гравитационном поле (им мы здесь ограничимся) траектории лучей плоские (причем масса лежит в той же плоскости), наблюдатель увидит уже не светящееся колечко вокруг массы, а лишь отдельные изображения источника, выстроившиеся по прямой линии.

Сколько будет таких изображений? Если центральное массивное тело непрозрачно для лучей света и обладает радиусом, существенно большим шварцшильдовского, то ясно, что может быть не более двух изображений — одно должно казаться более удаленным от центральной массы, чем другое. Расчеты позволяют определить и относительную яркость этих изображений: более ярким должно быть то, которое соответствует слабее отклоненным лучам (оно наблюдается дальше от центра линзы). Если центральная масса при указанных размерах достаточно прозрачна для света, появится возможность для еще одного (или нескольких) изображений, которые будут соответствовать свету, прошедшему сквозь гравитирующую среду. Этот случай может реализоваться, когда гравитационная линза образована галактикой.

Кроме того, возможен случай линзы, сосредоточенной в сфере, радиус которой порядка шварцшильдовского. Тогда световые лучи, проходящие вблизи поверхности центрального тела, будут не просто отклоняться его гравитационным полем, но могут совершить один или несколько оборотов около центра, лишь затем уходя от него насовсем. Это приведет к появлению добавочных изображений, которые, однако, должны быть весьма слабыми (в их создании участвует лишь малая доля света, излучаемого источником), а их расположение с точки зрения удаленного наблюдателя должно практически совпадать с расположением центральной массы. При этом истинный источник света может находиться в стороне от того места (невидимой массы — линзы), где наблюдаются эти изображения, хотя, конечно, лучи, приходящие к нам по «прямой», будут много ярче.

Представление о том, что происходит, когда масса, создающая гравитационную линзу, движется относительно фона источников света (или когда эти источники движутся позади нее), можно получить, перемещая двояковыпуклую линзу, например, перед газетным текстом. Некоторые подробности о таких явлениях можно найти в популярном изложении [41], но следует отметить, что точный анализ эффекта гравитационной линзы разбросан по множеству журнальных статей и еще не получил строгого обобщающего освещения ни в одной книге. Однако у авторов статей также нет полного единства мнений о деталях наблюдаемых эффектов, на которых к тому же сказывается явление интерференции, приводящее к значительным изменениям картины распределения света вблизи «оси» линзы.

Эйнштейн еще в 1936 г. предсказывал эффект гравитационной линзы [10, с. 436], а ряд других авторов провели исследование его деталей. Законно спросить: насколько этот эффект подтвержден к нашему времени астрономическими наблюдениями? В течение многих лет считалось, что надежд на обнаружение эффекта гравитационной линзы практически нет: в качестве источника гравитационного поля предлагались звезды, и звезды же (но намного более далекие) брались в качестве источника света. Однако и те и другие объекты должны были сами достаточно сильно излучать, и то, что мы назвали здесь «центральной массой», должно было излучать существенно ярче (в силу своей относительной близости к нам), тем самым маскируя исследуемый эффект. Но за последние десятилетия были открыты, с одной стороны, слабо излучающие в оптическом диапазоне компактные массивные (с массой Солнца) нейтронные звезды, с другой же стороны, — очень далекие от нас и очень яркие (причем со специфическим, характерным для них излучением) квазары, так что сложности с маскировкой отпали.

И действительно, астрономы совсем недавно обнаружили трех кандидатов в гравитационные линзы. Именно квазары являются в них источниками света, а масса, образующая линзу, принадлежит галактикам. В одном из случаев «центральная» галактика даже наблюдалась в телескоп и оказалась, по-видимому, крупной эллиптической галактикой с массой около  $10^{13}$  масс Солнца. Охарактеризуем в общих чертах обнаруженную картину (детали см. в [41—43]). Квазары находятся фантастически далеко от нас и вследствие расширения Вселенной (см. раздел 2.10) быстро улетают в радиальном направлении. Это прояв-

ляется в больших значениях космологического красного смещения в их спектрах. Так как величина космологического красного смещения однозначно связана с расстоянием до объекта, квазары с одинаковым значением красного смещения должны быть одинаково удалены от нас. Само по себе такое совпадение — крайняя редкость. Спектры квазаров еще более разнообразны — разные квазары обладают очень индивидуальным характером излучения (при всей объединяющей квазары специфичности). Поэтому астрономы были удивлены, обнаружив в созвездии Большой Медведицы квазизвездные объекты (квазары), у которых одновременно были практически одинаковые спектры и значения красного смещения. Получалось, что эти объекты (их было обнаружено два) находятся рядом друг с другом в пространстве и «передразнивают» друг друга по «цвету». Это не может быть случайным, и речь должна идти либо об уникальных квазарах-«двойняшках», имеющих общее происхождение, либо это просто два изображения одного и того же объекта, рассматриваемого через гравитационную линзу. Тем удивительнее, что подобное же явление вскоре было обнаружено и в другом месте неба — на сей раз это был уже «тройной» квазар.

Сейчас нельзя категорически утверждать, что эффект гравитационной линзы действительно наблюдался, но вероятность этого чрезвычайно велика. Окончательно подтвердить достоверность такого факта может, например, копирование изображениями квазара поведения друг друга во времени. Дело в том, что квазары нередко заметно меняют свою яркость (по времени, за которое могут происходить эти изменения, даже приблизительно определяют размеры самих квазаров). Тогда все изображения должны одинаково «подмигивать» — с той лишь разницей, что это должно происходить со сдвигом во времени, так как по разным путям свет от источника доходит до нас за существенно разные сроки (есть даже сообщение, что этот эффект уже подтвержден и что величина задержки составляет около полутора лет).

Другой путь проверки эффекта гравитационной линзы также связан с поведением света, но в более короткие интервалы времени и независимо от конкретной природы источника. Речь идет о явлении когерентности лучей, пришедших по разным путям и вновь встретившихся в одном и том же месте. Эти пути не должны быть, однако, слишком различны по длине (и по времени, которое свет находится в пути). Поэтому при непосредственном сравне-

нии свет от разных изображений одного и того же квазара, вообще говоря, не может быть когерентным в разных изображениях, и при наложении лучи не будут давать интерференции. Однако существуют способы «консервирования» электромагнитных сигналов, так что можно складывать их друг с другом, искусственно внося огромную задержку в один из них, и при правильной компенсации естественной задержки когерентность проявится, если изображения действительно исходят от единого источника. Такая процедура реализуется сравнительно просто в диапазоне радиоволн, в котором квазары интенсивно излучают и для которого также действует эффект гравитационной линзы. Эту работу придется поручить электронным вычислительным машинам (предварительно проведя аккуратные записи «голосов» изображений квазаров в радиодиапазоне на магнитофонную ленту в продолжительные интервалы времени). «Руками» такой труд выполнить просто невозможно, так как необходимо провести миллиарды сравнений фаз колебаний волн в разные моменты времени.

## 2.6. Пространство-время вокруг вращающихся тел

В разделе 2.2 мы познакомились с решением Шварцшильда, т. е. с пространством-временем, в котором присутствует одна-единственная сферически симметричная масса, которая не вращается (вращение привело бы к выделению привилегированного направления — оси вращения, нарушив симметрию). Однако этот случай не может считаться достаточно общим для реальных объектов. Поэтому со времени создания общей теории относительности внимание многих исследователей привлекали поиски описания такого мира, где есть (для простоты) одна, но вращающаяся масса. Уже в 1918 г. И. Лензе и Х. Тирринг нашли и применили к анализу физических эффектов приближенное решение уравнений Эйнштейна для этого случая. Они взяли линейное приближение уравнений Эйнштейна, предположив, что метрика близка к плоской (гравитационное поле слабое), как и бывает в реальных случаях на расстояниях, много больших шварцшильдовского радиуса. Лишь в 1963 г. Р. Керру [9, с. 208] удалось найти точную метрику такого пространства-времени; естественно, она превращается в метрику Лензе—Тирринга на больших расстояниях и при не слишком быстром

вращении центрального тела. Мы дадим здесь наглядный (но не строгий) вывод метрики Лензе—Тирринга, продолжив рассуждения, которые привели в разделе 2.2 к метрике Шварцшильда, а затем запишем точную метрику Керра.

Однако сначала полезно обсудить некоторые общие свойства вращения. Напомним, что при описании вращения твердого тела, кроме обычной (линейной) скорости  $v$ , вводится еще и угловая скорость  $\Omega$ , так как она постоянна при равномерном вращении, тогда как линейная скорость любой данной точки тела прямо пропорциональна расстоянию этой точки от оси вращения (расстояние измеряется по перпендикуляру, т. е. берется радиальная координата цилиндрической системы координат). Итак, связь между угловой и линейной скоростями имеет вид

$$v = \Omega \rho \quad (2.35)$$

в цилиндрических и

$$v = \Omega r \sin \theta \quad (2.36)$$

в сферических координатах (так как  $\rho = r \sin \theta$ ). Однако тело может вращаться и не как твердое (например, вещество атмосферы планеты Юпитер на разных широтах обладает разными угловыми скоростями и соответственно — разными периодами обращения). Период связан с угловой скоростью формулой  $T = 2\pi/\Omega$ . Итак, угловая скорость может зависеть от точки (ее координат).

Системы отсчета, которые будут более подробно обсуждаться в разделе 2.8, также могут вращаться, причем твердотельное вращение для них даже менее характерно, чем вращение с разными угловыми скоростями в разных точках. Кроме того, если бы система отсчета, распространенная до бесконечности, «вздумала» вращаться как твердое тело, т. е. с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ , то линейная скорость на некотором конечном расстоянии от оси (на цилиндре  $\rho = c/\Omega$ ) достигла бы величины скорости света  $c$ , а вне такого «светового цилиндра» (это установившийся термин) превзошла бы ее. Ясно, что подобную систему отсчета невозможно моделировать никакими материальными телами, и поэтому угловая скорость маломагически реалистической системы отсчета должна меняться с расстоянием от оси, убывая не медленнее, чем обратно пропорционально этому расстоянию. В какой-то об-

ласти, лежащей существенно внутри светового цилиндра, система отсчета может вращаться и как твердое тело.

Мы живем на вращающейся планете, так что поневоле сталкиваемся с кинематическими проявлениями вращения. Лучше всего мы представляем себе два таких проявления: центробежную силу и силу Кориолиса. Первая из них особенно заметна; всякий испытывал ее на поворотах дороги в достаточно быстро движущемся транспорте. Сила Кориолиса «хитрее», и чтобы ее почувствовать, недостаточно просто сидеть или стоять неподвижно в вагоне или автобусе на повороте: нужно еще двигаться относительно вращающейся системы. Когда ваш автобус поворачивает, он совершает мгновенное вращательное движение (обычно около оси, расположенной в стороне от него, и уж безусловно воображаемой, а не материальной). Сила Кориолиса перпендикулярна одновременно и этой оси, и направлению скорости того объекта, на который она действует:

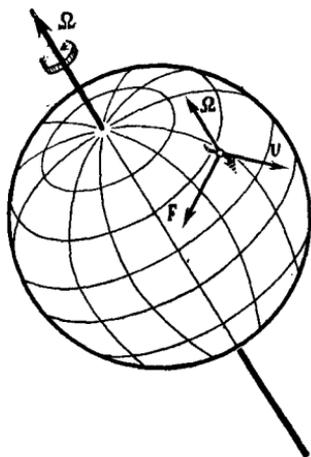


Рис. 7

$$\mathbf{F}_{\text{Кор}} = -2M\boldsymbol{\Omega}_{\text{с.о}} \times \mathbf{v}_{\text{набл}}, \quad (2.37)$$

где  $\mathbf{v}_{\text{набл}}$  — скорость движения наблюдателя,  $M$  — его масса,  $\boldsymbol{\Omega}_{\text{с.о}}$  — угловая скорость вращения системы отсчета (вектор, направленный по оси вращения по правилу правого винта и по своей абсолютной величине равный численному значению угловой скорости).

Самым известным примером этой силы является сила, действующая в законе Бэра для течения рек: на каждый элемент потока воды в реке действует сила Кориолиса, перпендикулярная направлению течения и оси вращения Земли, причем эта сила направлена туда, куда стал бы ввинчиваться правый (обычный) винт, если его поставить перпендикулярно как течению реки, так и оси вращения Земли, и поворачивать от направления течения к направлению на Северный полюс оси Земли (рис. 7). Тогда сила Кориолиса будет, вообще говоря, лежать не в плоскости, касательной к поверхности Земли (она лежала бы в этой плоскости, если бы река текла строго по меридиану),

и проекция на эту плоскость обычно меньше, чем полная величина силы Кориолиса. Только эту проекцию мы, как правило, и замечаем. В северном полушарии Земли сила Кориолиса направлена к правому берегу реки, а в южном — к левому. Хотя сама эта сила невелика, но ее действие в течение продолжительного времени приводит к тому, что река подмывает соответствующий берег, который оказывается более крутым, чем противоположный (это и есть закон Бэра в его первоначальной формулировке). Может оказаться, что сила Кориолиса направлена строго вертикально; так должно быть для рек, текущих вдоль экватора. При этом сила будет направлена вверх для реки, текущей на восток, и вниз — для реки, текущей на запад, так что при прочих равных условиях вторая из этих рек должна становиться глубже, чем первая.

Обе силы, и центробежная, и Кориолиса, являются разновидностями сил инерции — они фиктивны, т. е. представляют собой лишь проявление движения системы отсчета. Они показывают, как изменяется во вращающейся системе отсчета то более простое описание движения тел и частиц, которое имело место в системе инерциальной. Если вращающаяся система отсчета — не математическая фикция, а материальный объект (как наша Земля), то эти «фиктивные» силы способны даже переводить энергию из одной формы в другую. Это иллюстрируется, например, законом Бэра. Ясно, что источником энергии может быть при этом как тело, движущееся относительно вращающейся системы, так и кинетическая энергия вещества, составляющего вращающееся тело.

Из принципа эквивалентности следует, что и центробежная сила, и сила Кориолиса могут быть локально связаны с гравитацией, но эта гравитация будет истинной, лишь если ее нельзя глобально (в конечной области) скомпенсировать выбором системы отсчета. Ниже мы увидим, как эти силы реализуются уже не в кинематике, а в динамике — в виде проявления истинного гравитационного поля.

Вращающееся материальное тело обладает моментом импульса — сохраняющейся характеристикой, в некоторых отношениях родственной энергии и импульсу, которые также подчиняются законам сохранения. Строго говоря, сохранение этих величин имеет место лишь для изолированных систем, в противном случае действует строго определенный закон их изменения, регламенти-

рующий обмен энергией, импульсом и моментом между системой и ее окружением (или переход энергии из механической в другие формы, например в тепловую). Если энергия является в теории Ньютона источником гравитационного поля (деленная на квадрат скорости света, т. е. как масса), а импульс и момент импульса там не играют подобной роли, то в общей теории относительности гравитационное поле порождается в совокупности распределением энергии, импульса, момента (и натяжений). Рассмотрим момент импульса бесконечно тонкого кольца (обладающего, однако, конечной массой), которое вращается вокруг своей оси. Этот момент представляет собой вектор, направленный по оси вращения (в ту сторону, куда ввинчивался бы правый винт) и по абсолютной величине равный

$$L = mVR = m\Omega R^2, \quad (2.38)$$

где  $m$  — масса кольца,  $V$  — его линейная и  $\Omega$  — угловая скорости вращения, а  $R$  — радиус кольца.

Теперь попытаемся получить метрику, описывающую гравитационное поле вокруг вращающегося кольца, по аналогии с тем, как мы в разделе 2.2 нашли метрику Шварцшильда. При этом читателя следует предупредить, что строгий вывод искомой метрики (Керра) чрезвычайно громоздок. Даже в лекциях для студентов его обычно не дают, ограничиваясь записью метрики в готовом виде. Здесь мы рискуем изложить полукачественный (доступный для любознательного подготовленного читателя) «вывод» метрики, близкой к метрике Керра. Те, кому этот материал покажется сложным, могут при первом чтении его опустить и продолжать чтение с формулы (2.47).

Чтобы учесть с помощью принципа эквивалентности эффекты вращения, перейдем сначала к некоторой вращающейся системе отсчета (пусть она вращается не как твердое тело, так как на больших расстояниях действие вращающегося кольца должно ослабевать; выяснение конкретного характера вращения этой системы отложим до заключительного этапа вывода). Затем во вращающейся системе мы «бросим» ящик с наблюдателем на притягивающий центр и учтем в нем замедление хода часов и сокращение масштабов в направлении падения, как это делалось при выводе поля Шварцшильда. Будем считать, что ящик падает во вращающейся системе радиально. Вернемся затем к исходной невращающейся системе отсчета и рассмотрим полученный результат.

Он будет верен лишь в приближении слабого поля и совпадет с известной метрикой Лензе—Тирринга. Слабость поля проявляется здесь как малость скоростей движения по сравнению со скоростью света.

Введем в мире Минковского в невращающейся системе сферические координаты и примем базис (2.12), относительно которого плоская метрика (2.9) имеет вид

$$ds_{\infty}^2 = \omega_{\infty}^{(0)} \omega_{\infty}^{(0)} - \omega_{\infty}^{(1)} \omega_{\infty}^{(1)} - \omega_{\infty}^{(2)} \omega_{\infty}^{(2)} - \omega_{\infty}^{(3)} \omega_{\infty}^{(3)}. \quad (2.39)$$

Переход к неоднородно вращающейся системе отсчета совершим, применяя локально лоренцевы преобразования, так чтобы в каждой точке была своя скорость движения, направленная в сторону возрастания угла  $\varphi$ . По абсолютной величине эта скорость будет равна функции  $V$ , зависящей, вообще говоря, от координат  $r$  и  $\theta$ . Такое локальное преобразование Лоренца не равносильно преобразованию координат в рассматриваемой области (фактически область — все пространство), а ограничено лишь преобразованием базиса в каждой точке. Итак,

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}^{(0)} &= \left( \omega_{\infty}^{(0)} - \frac{V}{c} \omega_{\infty}^{(3)} \right) / \sqrt{1 - V^2/c^2}, & \tilde{\omega}^{(1)} &= \omega_{\infty}^{(1)}, \\ \tilde{\omega}^{(2)} &= \omega_{\infty}^{(2)}, & \tilde{\omega}^{(3)} &= \left( \omega_{\infty}^{(3)} - \frac{V}{c} \omega_{\infty}^{(0)} \right) / \sqrt{1 - V^2/c^2}. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Так как движение предполагается достаточно медленным, будем в дальнейшем пренебрегать величиной  $V^2/c^2$  по сравнению с единицей. «Бросим» теперь из бесконечности ящик с наблюдателем; по отношению к нему можно записать новый базис, в котором время замедлилось, а длины в радиальном направлении сократились, что равносильно подстановке в формулы (2.13) вместо  $\omega_{\infty}^{(\alpha)}$  базисных ковекторов из (2.40):

$$\begin{aligned} \omega'^{(0)} &= \tilde{\omega}^{(0)} \sqrt{1 - v^2/c^2}, & \omega'^{(1)} &= \tilde{\omega}^{(1)} / \sqrt{1 - v^2/c^2}, \\ \omega'^{(2)} &= \tilde{\omega}^{(2)}, & \omega'^{(3)} &= \tilde{\omega}^{(3)}. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Итак, мы предположили, что наблюдатель проводит измерения прямо во вращающейся системе и в ней учитывает релятивистские изменения наблюдаемых величин. Здесь нельзя пренебрегать величиной  $v^2/c^2$  по сравнению с единицей (ср. вывод метрики Шварцшильда). Теперь совершим обратный переход к невращающейся системе отсчета, применяя к базису (2.41) преобразования Лоренца, обратные (2.40), и отбрасывая величину  $V^2/c^2$

по прежним причинам:

$$\begin{aligned}\omega^{(0)} &= \left( \omega'^{(0)} + \frac{V}{c} \omega'^{(3)} \right), & \omega^{(1)} &= \omega'^{(1)}, \\ \omega^{(2)} &= \omega'^{(2)}, & \omega^{(3)} &= \left( \omega'^{(3)} + \frac{V}{c} \omega'^{(0)} \right).\end{aligned}\tag{2.42}$$

Подставляя в (2.42) базис  $\omega^{(\alpha)}$ , выраженный через  $\tilde{\omega}^{(\alpha)}$  из (2.41), а затем подставляя выражение этого последнего базиса через  $\omega_{\infty}^{(\alpha)}$  из (2.40), после элементарных вычислений получим

$$\begin{aligned}ds^2 &= (1 - v^2/c^2) c^2 dt^2 - (1 - v^2/c^2)^{-1} dr^2 - \\ &- r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) + 2 \frac{Vv^2}{c^2} r \sin \theta dt d\varphi.\end{aligned}\tag{2.43}$$

Принцип соответствия с теорией Ньютона на больших расстояниях от гравитирующего центра, как и при выводе поля Шварцшильда, дает  $v^2 = 2km/r$ . Остается выяснить зависимость  $V$  от  $r$  и  $\theta$ . С одной стороны, согласно соотношению (2.36),  $V = \Omega r \sin \theta$ . Однако ясно, что система отсчета не может вращаться как твердое тело (иначе ее нельзя было бы распространить дальше светового цилиндра, а ведь мы бросали ящик из бесконечности!). Поэтому и угловая скорость  $\Omega$  должна быть функцией точки. Так как причиной существования этой скорости является в конечном счете вращение центральной массы, можно предположить, что она убывает во всех направлениях при удалении от центра, и для грубой оценки можно принять, что  $\Omega$  зависит только от  $r$ . Тогда из (2.38)

$$L = m\Omega(R)R^2\tag{2.44}$$

(так как кольцо лежит в плоскости  $\theta = \pi/2$ ). Если теперь потребовать, чтобы поле не зависело от выбора радиуса кольца (а только от его момента количества движения), то естественно принять для функции  $\Omega$  выражение

$$\Omega = (L/m) r^{-2}.\tag{2.45}$$

Введем обозначение для «параметра Керра»  $a = L/m$ , так что

$$V = a \sin \theta / r.\tag{2.46}$$

Подстановка этого значения  $V$  и выражения для  $v^2/c^2$  в формулу (2.43) окончательно дает метрику Лензе—

## Тирринга

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2km}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2km}{c^2 r}} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) + 2 \frac{2kma}{c^2 r} \sin^2 \theta dt d\varphi. \quad (2.47)$$

Полученная метрика является приближенной в том смысле, что безразмерные величины  $km/c^2 r$  и  $a/cr$  считаются малыми первого порядка, и мы пренебрегли их произведениями с более высокими степенями. Это вынужденный шаг, но мы ведь с самого начала для простоты уже сделали предположение об обычной сферической системе координат, которая, конечно, не подходит для вращающегося тела — его гравитационное поле должно обладать симметрией сплюснутого эллипсоида вращения. Если читатель чувствует себя достаточно уверенно в вычислениях подобного рода, он может попытаться самостоятельно вывести точную метрику Керра, т. е. метрику пространства-времени вокруг вращающегося кольца в окружающем его вакууме. Для этого следует, во-первых, перейти к эллипсоидальным координатам (обозначим их здесь как  $t, r, \theta, \varphi$ ), а во-вторых, использовать ньютоновский потенциал источника (кольца). Минимально видоизменив в соответствии со сказанным формулу (2.46) и уже не отбрасывая никаких членов (типа  $V^2/c^2$ ) в (2.42), можно таким образом прямо прийти к точной метрике Керра, являющейся решением вакуумных уравнений Эйнштейна:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2kmr}{c^2 r^2 + a^2 \cos^2 \theta}\right) c^2 dt^2 - \frac{c^2 r^2 + a^2 \cos^2 \theta}{c^2 r^2 - 2kmr + a^2} dr^2 - \left(r^2 + \frac{a^2}{c^2} \cos^2 \theta\right) d\theta^2 - \left(r^2 + \frac{a^2}{c^2} + \frac{2kmra^2 \sin^2 \theta}{c^4 r^2 + a^2 c^2 \cos^2 \theta}\right) \sin^2 \theta d\varphi^2 + 2 \frac{2kmra \sin^2 \theta}{c^2 r^2 + a^2 \cos^2 \theta} dt d\varphi. \quad (2.48)$$

Наш метод, конечно, не гарантирует того, что полученное решение будет автоматически удовлетворять уравнениям гравитационного поля Эйнштейна. Однако это известно из других источников (вычислений, проделанных ранее рядом авторов, например [9, с. 208]), а сам изложенный метод лишь поясняет смысл полученной метрики и ее источников и позволяет лучше понять их структуру.

## 2.7. Явление увлечения в поле Керра

Читатель, для которого вычисления здесь окажутся сложными, может прямо перейти к обсуждению результатов после формулы (2.55).

В метрике Керра (и Лензе—Тирринга) бросается в глаза характерная черта — наличие недиагонального члена, содержащего произведение  $dt d\varphi$ . Диагонализовать эту метрику невозможно никакими преобразованиями координат, если при этом не допускать появления у компонент метрического тензора явной зависимости от  $t$ . Пространства-времени, обладающие таким свойством, называются стационарными в отличие от статических (для последних метрика может быть сделана одновременно и диагональной, и не зависящей от времени; это говорит о том, что источник поля не вращается). Итак, источник метрики Керра (или Лензе—Тирринга) должен обладать вращением, как и предполагалось выше при построении его модели. Недиагональность стационарных метрик влечет за собой явление, известное как увлечение (иногда добавляют: локальных инерциальных систем отсчета). Попробуем разобраться в том, что это такое и не существует ли нечто аналогичное в тех областях физики, которые более привычны читателю.

Предположим, что мы свободно движемся в поле Лензе—Тирринга с постоянным (по крайней мере, мгновенно) значением радиальной координаты. Это значит, что в этот момент  $dr/dt = 0$ , но вторая производная  $r$  по времени может отличаться от нуля — ее задаем не мы, а законы природы (уравнение геодезической). Значение же первой производной соответствует заданию начального состояния движения, которое нам подвластно (лишь бы его скорость была меньше скорости света). Будем опираться на одну из форм уравнения геодезической, приведенную в (2.2). Радиальная составляющая этого уравнения имеет вид

$$\frac{d}{ds} \left( g_{11} \frac{dr}{ds} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial r} \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds}$$

( $x^1 = r$ , причем по координате  $x^1$  метрика диагональна). Учтем мгновенное постоянство  $r$  и получим выражение для второй производной  $r$  по  $s$  (для выяснения тенденции изменения  $r$  ввиду одинакового направления течения обычного координатного времени  $t$  и собственного времени  $s/c$  все равно, по какой из этих переменных прово-

дять дифференцирование):

$$\frac{d^2r}{ds^2} = \frac{1}{2g_{11}} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial r} \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = \frac{1}{2g_{11}} \left[ \frac{\partial g_{tt}}{\partial r} \left( c \frac{dt}{ds} \right)^2 + \right. \\ \left. + 2c \frac{\partial g_{t\varphi}}{\partial r} \frac{dt}{ds} \frac{d\varphi}{ds} + \frac{\partial g_{\varphi\varphi}}{\partial r} \left( \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 + \frac{\partial g_{\theta\theta}}{\partial r} \left( \frac{d\theta}{ds} \right)^2 \right]. \quad (2.49)$$

Заметим, что множители  $(d\varphi/ds)^2$  и  $(d\theta/ds)^2$  в поле Лензе—Тирринга (2.47) не отличаются от тех множителей, которые стояли бы здесь в поле Шварцшильда или просто в метрике плоского мира, записанной в сферических координатах. Значит, не здесь заложена специфика поля вращающегося источника, и нас должен интересовать вклад в  $d^2r/ds^2$  со стороны лишь второго слагаемого в квадратных скобках в (2.49) (множитель при  $(cdt/ds)^2$  снова тот же, что в поле Шварцшильда, и, следовательно, не представляет интереса). Итак, специфическая составная часть радиального ускорения (второй производной  $r$  по  $s$ ), обязанная вращению источника, имеет вид

$$\left( \frac{d^2r}{ds^2} \right)_{\text{вращ}} = \frac{c}{g_{rr}} \frac{\partial g_{t\varphi}}{\partial r} \frac{dt}{ds} \frac{d\varphi}{ds}.$$

Ограничимся первым порядком малости по  $km/c^2r$ , т. е. отбросим второе слагаемое в первом сомножителе; получим

$$\left( \frac{d^2r}{ds^2} \right)_{\text{вращ}} = \frac{2kma \sin^2 \theta}{c^2 r^2} \frac{dt}{ds} \frac{d\varphi}{ds}.$$

Заметим, что при медленном движении точки, описывающей наблюдателя,  $ds$  достаточно мало отличается от  $cdt$ , и поэтому можно положить  $ds \approx cdt$ . Мгновенную угловую скорость движения наблюдателя относительно оси  $z$  (т. е.  $d\varphi/dt$ ) обозначим через  $\omega$ . Тогда

$$\left( \frac{d^2r}{dt^2} \right)_{\text{вращ}} = \frac{2kma}{c^2 r^2} \sin^2 \theta \omega. \quad (2.50)$$

Итак, добавочная сила, обязанная вращению источника гравитационного поля (сила увлечения), вызывающая такое радиальное ускорение, может быть направлена как от центра, так и к центру, в зависимости от знака угловой скорости  $\omega$ . Если наблюдатель движется в ту же сторону, куда вращается источник поля, то сила увлечения направлена наружу, если же он движется в противоположную вращению источника сторону, то сила увлечения тянет его к центру, точно так же, как и сила Корио-

лиса в случае реки, текущей вдоль экватора (см. раздел 2.6). Читатель может спросить: откуда известно, в какую сторону вращается источник? Ответ следует из преобразования (2.40), которое производилось для того, чтобы «сопутствовать» источнику (см. замечания перед введением этого преобразования). Значит, источник вращается в направлении возрастания угла  $\varphi$ . Обратимся теперь к силе Кориолиса (2.37) и рассмотрим ее радиальную составляющую, в которую дает вклад только компонента скорости  $v_{\text{набл}}$ , направленная по углу  $\varphi$ , т. е.  $or \sin \theta$ . Силу нужно разделить на массу пробной частицы (наблюдателя), чтобы получить ее вклад в ускорение (в нашем случае во вторую производную по  $r$ ). Однако ускорение, обусловленное вектором  $\Omega_{\text{с.о.}}$ , направленным по оси  $z$ , и скоростью  $v_{\text{набл}}$  по углу  $\varphi$ , будет ориентировано не по радиусу, а перпендикулярно оси  $z$ , так что его радиальная составляющая получится путем обычного умножения

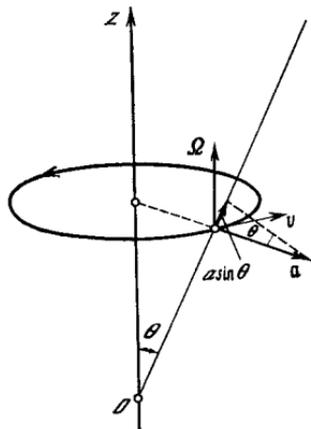


Рис. 8

на  $\sin \theta$  (рис. 8), тогда как в векторном произведении будут просто перемножаться абсолютные величины  $\Omega_{\text{с.о.}}$  и  $v_{\text{набл}}$  (эти векторы взаимно перпендикулярны). Следовательно, мы получим

$$\left(\frac{d^2r}{dt^2}\right)_{\text{Кор}} = 2\Omega_{\text{с.о.}} v_{\text{набл}} \sin \theta = 2\Omega_{\text{с.о.}} or \sin^2 \theta. \quad (2.51)$$

Полученное выражение согласуется с выводом из анализа уравнения геодезической (2.50), если принять

$$\Omega_{\text{с.о.}} = \frac{kma}{c^2 r^3} = \frac{km}{c^2 r} \Omega \quad (2.52)$$

в качестве остаточной поправки на вращение системы отсчета (мы пользовались при выводе метрики (2.47) преобразованиями (2.40) и (2.42), которые без остатка скомпенсировали бы друг друга, если бы не было промежуточной замены (2.41)). Множитель  $\Omega$  в (2.52) — это та же величина, что в формуле (2.45). Проверим справедливость

такой трактовки непосредственным расчетом:

$$\begin{aligned}\omega^{(3)} &\approx \omega^{(3)} + \frac{V}{c} \omega^{(0)} = \tilde{\omega}^{(3)} + \frac{V}{c} \sqrt{1 - v^2/c^2} \tilde{\omega}^{(0)} \approx \\ &\approx \omega_{\infty}^{(3)} - \frac{V}{c} (1 - \sqrt{1 - v^2/c^2}) \omega_{\infty}^{(0)},\end{aligned}\quad (2.53)$$

откуда видно, что остаточная поправка для линейной скорости равна

$$v_{c, 0} = V (1 - \sqrt{1 - v^2/c^2}) \approx \frac{1}{2} V v^2/c^2 = \frac{km a}{c^2 r^2} \sin \theta, \quad (2.54)$$

где использованы выражение (2.46) и значение  $v^2$ . Если теперь вспомнить формулу (2.36) ( $\Omega = v/(r \sin \theta)$ ) и трактовать получающуюся угловую скорость как  $\Omega_{c, 0}$ , то мы придем в точности к соотношению (2.52)! Итак, эта остаточная угловая скорость и проявляется в форме эффекта увлечения типа ускорения Кориолиса. На основании этого говорят, что массивное тело при вращении увлекает за собой локальные инерциальные системы отсчета, вследствие чего возникают эффекты типа сил инерции. Заметим, однако, что мы не получили здесь сил типа центробежных: в силу своей структуры они и не могли возникнуть в нашем приближении. Ведь в классической механике центробежная сила записывается как двойное векторное произведение

$$F_{ц} = -M \Omega_{c, 0} \times (\Omega_{c, 0} \times r), \quad (2.55)$$

а значит, она пропорциональна здесь  $(km/c^2 r)^2 (a/cr)^2$  — величине, которой мы должны пренебрегать.

На экваторе ( $\theta = \pi/2$ ) сила типа Кориолиса в поле Керра становится чисто радиальной (если движение происходит при постоянном  $r$ ) и служит добавком к обычной центростремительной силе гравитационного притяжения (введенной еще Ньютоном). Этот добавок может быть как положительным (направленным наружу и поэтому ослабляющим силу притяжения), если движение совершается в ту же сторону, в какую вращается центральное тело, так и отрицательным (усиливающим притяжение) при противоположном направлении движения. Для пробной частицы, движущейся по экваториальной круговой орбите в поле Керра, это означает, что период обращения в первом случае увеличивается, а во втором

уменьшается (вспомним, что период колебаний маятника тем меньше, чем больше действующая на него сила). Интересно, что такое изменение периода обращения частицы по орбите вокруг керровского центра (прибавляющееся или вычитающееся из обычного ньютоновского периода, играющего основную роль) — универсальная и очень простая по своей структуре величина:

$$\Delta T = 2\pi \frac{L}{mc^2}, \quad (2.56)$$

где, как и прежде,  $L$  — момент импульса центра,  $m$  — его масса, а  $c$  — скорость света. Замечательно, что эта величина (вытекающая из точного решения уравнения геодезической в поле Керра) не зависит ни от гравитационной постоянной, ни от радиуса орбиты! Этот эффект весьма слаб и становится значительным только для особенно быстро вращающихся и компактных нейтронных звезд (пульсаров).

Сила Кориолиса (2.37) и ее гравитационный аналог (2.50), рассмотренный для поля Керра, удивительно похожи по строению на силу Лоренца, определяющую действие магнитного поля на движущийся заряд в электродинамике:

$$\mathbf{F} = e\mathbf{v} \times \mathbf{H}. \quad (2.57)$$

Не хватает только постоянного множителя (двойки), а кажущееся различие в знаке обусловлено просто антисимметрией векторного произведения относительно порядка сомножителей; масса  $M$  играет роль гравитационного заряда частицы. Таким образом, вектор угловой скорости (2.52) (описывающий эффект увлечения) аналогичен магнитному полю, и, умея определять направление действия магнитного поля на движущийся заряд, легко «угадывать», куда эффект увлечения будет сносить пробную массу в стационарном гравитационном поле. Аналогом же электрического (жулонова) поля в гравитации является обычное ньютоновское поле тяготения, только теперь все заряды (массы) имеют один и тот же знак и притягиваются друг к другу (в электродинамике заряды могут быть как положительными, так и отрицательными, причем одноименные заряды отталкиваются).

Такая аналогия не ограничивается качественной стороной, но охватывает и многие количественные харак-

теристики полей и законов движения, так что она может быть полезна при оценке ряда конкретных эффектов и при прогнозе перспективных путей исследования. Однако гравитационное поле обладает более богатой структурой, чем электромагнитное (например, метрический тензор имеет, вообще говоря, десять независимых компонент, а 4-потенциал электромагнитного поля — всего четыре), и в теории гравитации проявляются качественно новые эффекты. Приведем еще один пример аналогичных эффектов в электродинамике и в теории гравитации — случай «вмороженных полей». В электродинамике это относится к магнитным полям в средах с высокой электропроводностью, где магнитные силовые линии как бы жестко закреплены в среде («вморожены»), и при ее сжатии величина напряженности магнитного поля может сильно возрасти, хотя полный магнитный поток через сечение этой проводящей среды остается без изменения. Этот эффект используется в физическом эксперименте для практического получения сверхсильных магнитных полей (проводящая среда с возбужденным в ней магнитным полем окружается слоем взрывчатки и резко сжимается при взрыве; на краткий срок магнитное поле достигает величины миллионов гаусс).

Тот же эффект проявляется и в космических процессах: при взрыве сверхновых звезд магнитное поле, обычно довольно слабое внутри рядовой звезды, сжимается вместе со звездной сердцевинкой, превращающейся в нейтронную звезду — пульсар; у этих замечательных астрофизических объектов известны магнитные поля, превосходящие  $10^{12}$  Гс! (Энергия такого магнитного поля столь велика, что в  $1 \text{ см}^3$  поля заключена чисто электромагнитная масса, достигающая 100 г.) В случае гравитации подобная картина оказывается почти тривиальной: речь идет просто об известной демонстрации закона сохранения момента импульса на вращающемся кресле, когда сидящий в нем человек, прежде державший гантели в вытянутых в стороны руках, прижимает эти гантели к груди и начинает вращаться с резко повышенной скоростью. Здесь угловая скорость вращения аналогична магнитному полю, а потоку магнитного поля (или магнитному моменту) аналогичен с точностью до постоянного множителя момент импульса. Кстати, по этой причине пульсары обладают не только гигантскими по величине магнитными полями, но и вращаются с угловыми скоростями, удивительными для таких массивных тел (с массой Солнца).

## 2.8. Системы отсчета в общей теории относительности

Мы неоднократно использовали в проделанном анализе понятие системы отсчета, но пока так и не дали его строго определения. В последних двух разделах мы даже применили это понятие к конкретным количественным расчетам. Попробуем разобраться в его смысле более глубоко. Ясно, что система

отсчета непосредственно связана с производством измерений и с наблюдением физических явлений. Во всех этих случаях используются приборы (включая и наши органы чувств), причем результаты зависят от того, как эти приборы движутся (в частности, как движется сам наблюдатель). Если создание и первые этапы развития теории относительности проходили под знаком объединения пространства и времени, то с осознанием важности понятия системы отсчета для установления связи между четырехмерной теорией и экспериментом пришла пора развить корректные методы разделения четырехмерного многообразия специальной и общей теории относительности на физическое время и физическое 3-пространство, отнесенные к данной системе отсчета. Это означает, что наряду с четырехмерной геометрией пространства-времени необходимо ввести в теорию геометрические объекты, отражающие характер движения наблюдателя и его приборов.

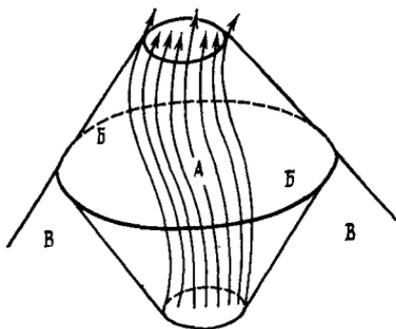


Рис. 9

Современные наблюдения осуществляются в трех принципиально разных областях, схематически представленных на рис. 9. Мировая трубка А на этом рисунке изображает движение тела отсчета — лаборатории, с которой связан наблюдатель (в более широком плане мы будем говорить о «теле отсчета», которое может деформироваться). Здесь измерения можно производить непосредственно (прикладывая линейки к измеряемым отрезкам и т. д.). Область А можно распространить, например, на всю Землю — хотя бы на ее поверхность, куда имеет доступ наблюдатель и где осуществлена триангуляция.

Область Б — это та часть космического пространства, на которую распространяются наши активные исследования с помощью радиолокационных методов: сигналы посылаются по световому конусу будущего и возвращаются к нам, неся информацию, по световому конусу прошлого. Так мы определяем расстояния до ряда тел Солнечной системы, выясняем их свойства. Третья область — В — лежит вне досягаемости наших активных методов исследования, и мы черпаем информацию о ней со светового конуса прошлого и из его внутренней области (наблюдения с помощью телескопов, радиотелескопов, счетчиков заряженных частиц и толстослойных фотоэмульсий для исследования космических лучей и т. д.). Так как все приборы, которыми мы пользуемся, как-то движутся (в основном вместе с Землей), то собираемая информация оказывается отнесена к движущейся таким образом системе отсчета. Методы, наиболее детально развитые нами в области А, невольно переносятся и на остальные области (Б и В), хотя для этого требуется применять специальные математические приемы.

Конечно, в области А мы пользуемся не только прямыми методами измерения, но и всеми теми, которые применимы и в прочих областях. Однако выражаем мы свои результаты так, как если бы вся работа велась путем прямых измерений. В области А можно говорить поэтому о «континуальном наблюдателе», как бы пронизывающем эту область своими щупальцами. Этот наблюдатель составляет повсюду в А точечные часы и наборы линеек (достаточно трех взаимно ортогональных линеек) — тогда мы имеем в этой области поле локального базиса (пример см. в разделе 2.2), который иногда называют тетрадой (четверка ортонормированных векторов). Однако можно обойтись только часами, а измерение длин свести к посылке и приему световых (радиолокационных) сигналов. Тогда, постулируя постоянство скорости света (ср. конец раздела 2.4), можно указать абсолютную величину любого отрезка в трехмерном направлении, т. е. наблюдаемое значение длины относительно данной системы отсчета. Для этого формально достаточно знать метрику пространства-времени и мировые линии тела отсчета. Эти мировые линии — линии точечных приборов и наблюдателей, которые полностью характеризуются полем единичного касательного к ним вектора. Так как эти линии временноподобные, то касательный вектор — это просто 4-скорость. Говорят, что мировые линии точек тела отсчета образуют

конгруэнтности; это значит, что через каждую точку пространства-времени в рассматриваемой области (область А) проходит одна и только одна мировая линия. В противном случае в точках пересечения линий описание становится по меньшей мере неоднозначным. Если поле 4-скорости служит для описания системы отсчета, его обозначают через  $t^{\mu}$  и называют полем монады. Промежуточные между полями монады и тетрады случаи — это поля диады и триады (двух и трех ортонормированных векторов, один из которых временноподобен).

В областях Б и В, пользуясь доступными там способами наблюдения, мы стараемся дать описание мира на языке систем отсчета по образу и подобию того, как поступали в области А. При этом следует сознавать, что результаты наблюдений связаны лишь с законами физики (распространением света и т. д.) и движением наблюдателя, но не с тем, как именно мы распространим систему отсчета типа используемой в А на недоступные для прямых измерений области Б и В. Тем не менее использование монадных и прочих систем отсчета в Б и В оказывается плодотворным, и были развиты методы распространения монад и тетрад в эти области из А.

Говоря о системах отсчета, всегда неявно предполагают, что тела отсчета, на которых они строятся, пробные, т. е. эти тела состоят из идеализированных материальных точек, не возмущающих геометрию пространства-времени и не влияющих друг на друга и на физические процессы (их роль чисто кинематическая). Тем не менее мы говорим о материальных точках потому, что их мировые линии должны быть временноподобными, иначе они не могли бы моделировать приборов и наблюдателей и соответствовать принципу причинности. Тем самым обеспечивается возможность рассматривать одни и те же явления одновременно из разных систем отсчета (если бы системы отсчета не были пробными, то и рассматриваемые в них явления стали бы разными в силу испытываемых возмущений).

Итак, система отсчета — идеализированная модель, необходимая для описания процессов измерения. Какую роль при этом играют системы координат, которые часто неправомерно смешивают с системами отсчета? Нельзя отрицать, что для получения любого количественного вывода из физических законов необходимо пользоваться теми или иными системами координат, причем их удачный выбор, учитывающий, например, симметрию задачи,

может радикально упростить вычисления. Это не означает, однако, тождественности систем координат и систем отсчета. Крупнейший советский физик-теоретик академик В. А. Фок по этому поводу писал: «Понятие физической системы отсчета (лаборатории) не равносильно, в общем случае, понятию системы координат, даже если отвлечься от всех свойств лаборатории, кроме ее движения как целого» [44, с. 5] (см. также [45]). Вместе с тем смешение этих понятий так распространено, что и у самого Эйнштейна можно найти слова: «Если координатная система  $K$  выбрана так, что физические законы в ней справедливы в своей простейшей форме, то те же самые законы справедливы во всякой другой координатной системе  $K'$ , которая движется равномерно и прямолинейно относительно  $K$ . Мы назовем этот постулат „специальным принципом относительности“» [4, с. 453]. Приведем еще слова Эйнштейна по поводу общей теории относительности: «Общие законы природы должны быть выражены уравнениями, справедливыми во всех координатных системах, т. е. эти уравнения должны быть ковариантными относительно любых подстановок (общековариантными). Ясно, что физика, удовлетворяющая этому постулату, удовлетворяет и общему постулату относительности. Ибо в совокупности всех подстановок во всяком случае есть те подстановки, которые соответствуют всем относительным движениям (трехмерных) координатных систем» [16, с. 459]. Отнюдь не пытаясь умалить важность этих идей при создании теории, заметим, что ковариантной записи поддается практически любое уравнение физики, так что это не принцип физической теории, а способ записи. В такой же мере зависит от нашего умения формулировать математические утверждения теории и та форма принципа эквивалентности, которая локально приравнивает тяготение ускорению (и сводится к переходу от произвольных координат к локально геодезическим; однако см. раздел 2.1). В этом отношении следует согласиться с Фоком, утверждавшим: «Истинной логической основой теории тяготения Эйнштейна является не идея общей относительности и не принцип эквивалентности, а две другие идеи, именно: идея объединения пространства и времени в единое четырехмерное хроногеометрическое многообразие с индефинитной метрикой (эта идея была осуществлена Эйнштейном уже в его теории 1905 г. — в „частной“ теории относительности) и отказ от „жесткости“ метрики, позволивший связать ее с явлением тяготе-

ния, а тем самым и с весомой материей (уравнения тяготения Эйнштейна). Идеи же общей ковариантности уравнений (так называемая общая относительность) и кинематического толкования тяготения (так называемая эквивалентность) сыграли лишь эвристическую роль» [44]. На этих же позициях стоит и другой крупнейший специалист в теории гравитации — Дж. Синг [79].

Понятие системы отсчета в общей теории относительности безусловно плодотворно и отражает связь четырехмерной теории с наблюдениями, причем в случае сильных гравитационных полей без такой связи обойтись в принципе невозможно. Общая теория относительности отличается от специальной тем, что во второй есть привилегированные системы отсчета — инерциальные, абсолютно равноправные друг другу, а в первой, вообще говоря, совсем нет привилегированных систем. Строго говоря, при наличии симметрий, касающихся времени (статичность, стационарность), такие привилегированные системы появляются, но они намного беднее, чем в специальной теории относительности. В этом смысле общая теория относительности — гораздо более абсолютная теория, как отмечал в своих работах Фок.

Возвращаясь к связи между системами отсчета и системами координат, заметим, что ее часто можно установить, обязательно вводя для этого специальные соглашения.

## 2.9. Монадный метод описания систем отсчета

Приступая к изложению монадного метода описания систем отсчета, мы должны предупредить читателя, что этот раздел требует несколько большей специальной подготовки. Те же, кто ощутит ее недостаточность, могут при первом чтении его опустить без ущерба для понимания последующих разделов.

Математический аппарат методов описания систем отсчета удобно представить в виде пяти составных частей: 1) алгебры, 2) определения тензорных характеристик систем отсчета, 3) анализа (определения дифференциальных операторов), 4) записи всех тождеств, уравнений и общековариантных соотношений в рамках данного метода (т. е. через введенные в нем величины и операторы), 5) основных калибровок метода (т. е. применения уже упоминавшихся соглашений о связи между системами отсчета и координатными системами). Кратко охаракте-

ризуем первые две составные части на примере монадного метода.

**2.9.1. Алгебра.** Как уже говорилось, монадный метод основывается на задании поля единичных векторов  $\tau^\mu$  ( $\tau_\mu \tau^\mu = 1$ ), касательных к конгруэнции временноподобных мировых линий точек тела отсчета. Отсюда виден физический смысл монады — это поле вектора 4-скоростей точек тела отсчета:  $\tau^\mu = dx^\mu/ds$ . С помощью этого векторного поля можно непосредственно решать одну из основных задач теории систем отсчета, а именно определять в данной системе длительность промежутков времени и находить временные составляющие тензоров, как если бы наблюдатель мог пользоваться лишь часами. Математически это осуществляется путем свертывания соответствующих тензоров с вектором  $\tau^\mu$  (проектированием на  $\tau^\mu$ ). Например, интервал времени относительно данной системы отсчета  $dt$  находится как  $d\tau = \tau_\mu dx^\mu$  (вообще говоря, это не полный дифференциал!), плотность энергии строится с помощью тензора энергии-импульса  $T_{\mu\nu}$  в виде  $\varepsilon = T_{\mu\nu} \tau^\mu \tau^\nu$  (в плоском пространстве-времени в декартовых координатах, линии времени которых совпадают с мировыми линиями точек тела отсчета, эта величина определяется как  $T_0^0$ ). Таким образом, наблюдаемая величина плотности энергии является истинным скаляром, т. е. вообще не зависит от выбора системы координат. В теории систем отсчета принято описывать все наблюдаемые величины только скалярами.

В действительности наш наблюдатель не такой простачок, чтобы пользоваться только часами. Нетрудно заметить, что в своей окрестности он с равным успехом (результат количественно совпадает) может пользоваться для измерения длин либо линейками, либо световыми сигналами (локацией), что не выводит за рамки монадного метода, так как не требует привлечения новых математических объектов, кроме поля монады и метрического тензора. Из тензора  $g_{\mu\nu}$  всегда можно выделить тензор вида  $\tau_\mu \tau_\nu$ . Обозначим то, что останется,

$$b_{\mu\nu} = \tau_\mu \tau_\nu - g_{\mu\nu}. \quad (2.58)$$

Проекция тензора  $b_{\mu\nu}$  на направление  $\tau^\mu$  по определению равна нулю:  $\tau^\mu b_{\mu\nu} \equiv 0$ . Это означает, что тензор  $b_{\mu\nu}$  ортогонален временноподобному направлению  $\tau^\mu$ , т. е. лежит в пространственноподобной гиперповерхности, соответствующей 3-пространству данной системы отсчета (см. рис. 10; такие площадки могут быть локальными,

т. е. гиперповерхность может быть неголономной — локальные площадки не обязаны иметь глобальное огибающее 3-пространство). Вместе с тем легко проверить, что  $b_{\mu\nu}b_{\lambda}^{\nu} = -b_{\mu\lambda}$ , а значит, тензор  $b_{\mu\nu}$  является проектором на локальное подпространство, ортогональное физическому времени системы отсчета (конгруэнции мировых линий точек тела отсчета). Значит, проектирование любой тензорной величины на 3-пространство системы отсчета осуществляется путем свертывания с  $b_{\mu\nu}$  (по одному индексу), например  $T_{\mu\nu}b_{\alpha}^{\mu}b_{\beta}^{\nu}$  является трехмерным тензором натяжений. Можно также брать смешанные проекции — по одним индексам на направление времени, а по другим — на ортогональное ему 3-пространство:  $T_{\mu\nu}\tau^{\mu}b_{\alpha}^{\nu} = S_{\alpha}$  — здесь получен 3-вектор Пуинтинга — Умова плотности потока энергии. Эти величины сами по себе еще не наблюдаемые, так как зависят от выбора системы координат (являются компонентами), но их абсолютные значения в смысле четырехмерных скалярных квадратов являются наблюдаемыми для данной монадной системы отсчета. Например, можно расщепить квадрат интервала  $ds^2$  на две части — квадраты наблюдаемых интервала времени  $d\tau$  (выше мы уже предупреждали, что это может быть не полный дифференциал) и трехмерной длины (пространственного смещения относительно данной системы отсчета)  $dl$ :

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} = (\tau_{\mu}dx^{\mu})^2 - b_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} = d\tau^2 - dl^2. \quad (2.59)$$

В целом этот метод иногда называют 1 + 3-расщеплением пространства-времени (относительно системы отсчета). Добавим, что тензор натяжений одновременно является плотностью потока импульса, а определенная выше плотность потока энергии служит также плотностью импульса данного распределения вещества или полей (следуя установившейся традиции, мы будем иногда говорить: распределения материи, хотя это и не будет соответствовать более широкому философскому определению материи). Читатель может сам без особого труда

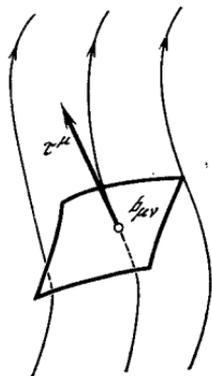


Рис. 10

ВЫЯСНИТЬ, КАКИМ ВЕЛИЧИНАМ СООТВЕТСТВУЮТ ОПРЕДЕЛЕННЫЕ ВЫШЕ ПЛОТНОСТИ ПОТОКОВ В ПЛОСКОМ МИРЕ И ДЕКАРТОВЫХ КООРДИНАТАХ.

**2.9.2. Задание трех тензорных (физико-геометрических) характеристик системы отсчета.** Система отсчета описывается, как мы видели, с помощью конгруэнции мировых линий точек тела отсчета. В специальной теории относительности обычно пользуются инерциальными системами отсчета, в которых тело отсчета движется как абсолютно твердое физическое тело без ускорений и без вращения (как твердое тело оно при этом, конечно, не может деформироваться). Поэтому мировые линии его точек прямые. Однако, и не переходя к общей теории относительности, можно ввести неинерциальные системы отсчета. Что в этом случае отличает движение тела отсчета от подобного движения в инерциальной системе? Во-первых, точки тела отсчета, двигаясь неинерциально, обладают ускорением. Это обязательно будет иметь место, если система отсчета, связанная с таким телом отсчета, неинерциальна. Кроме того, тело отсчета может вращаться (см. разделы 2.6, 2.7) и деформироваться, т. е. вести себя уже не как твердое тело. Деформации в свою очередь могут подразделяться на расширение (оно же сжатие, если его знак отрицателен) и сдвиги. При расширении форма любой начальной конфигурации точек тела отсчета не изменяется, при сдвигах же, если мы первоначально выделили (скажем, окрасили) множество точек, образующее поверхность сферы, эта сфера с течением времени превратится в эллипсоид с некоторой ориентацией осей. К этим четырем (или трем, если не разделять деформации на расширение и сдвиги) характеристикам и сводится всякое неинерциальное движение тела отсчета также в общей теории относительности.

Остановимся подробнее на вращении. В случае твердого тела линейная и угловая скорости вращательного движения связаны соотношением (ср. равенство (2.36))  $v = \omega \times r$ . Взяв ротор этого выражения при постоянном векторе  $r$  (твердое тело), получим  $\omega = (1/2) \operatorname{rot} v$ . Именно это последнее равенство определяет локальную угловую скорость вращения также в том случае, когда тело вращается не как твердое (т. е. деформируясь). Переход к общей теории относительности означает замену обычной скорости на четырехмерную, обобщение трехмерного понятия ротора на четырехмерное и проектирование на локальное 3-пространство системы отсчета. Положение

здесь вполне аналогично четырехмерной записи тензора электромагнитной напряженности через 4-потенциал в электродинамике Максвелла. Таким образом, если взять градиент (ковариантное дифференцирование!) поля вектора 4-скорости точек тела отсчета, т. е. монады,  $\tau_{\mu\nu}$ , антисимметризовать это выражение и спроектировать на 3-пространство с помощью проектора  $b_{\alpha}^{\mu}$ , мы получим тензор угловой скорости вращения системы отсчета  $A_{\alpha\beta}$ . Кстати, в этом случае не обязательно писать ковариантную производную и можно ограничиться частной.

Вектор ускорения системы отсчета получается, если антисимметризовать градиент, о котором только что говорилось, спроектировать по одному индексу на направление физического времени системы отсчета, т. е. на  $\tau^{\mu}$  (по другому индексу в силу антисимметрии полученная величина автоматически «ляжет» в 3-пространство); однако можно и просто спроектировать ковариантный градиент монады по индексу дифференцирования на эту же монаду. Деформации же будут характеризоваться тензором скоростей деформаций  $D_{\mu\nu}$  (мгновенное состояние деформации нас не интересует — тело отсчета не знает, что такое упругость), определяемым проекцией симметризованного ковариантного градиента монады на соответствующее ей 3-пространство.

Введенные в этом разделе понятия и физико-геометрические тензоры позволяют физически интерпретировать с позиции систем отсчета все тензорные уравнения и соотношения, с которыми имеет дело общая теория относительности.

## 2.10. Исследование Вселенной как целого — космология

Космология — наука о Вселенной как целом, уходящая корнями в древнейшие времена, как и астрономия. Пылкий ум человека с незапамятных времен стремился понять тайны мироздания, смысл и цели своей жизни, свое место в этом мире и мучительными путями пришел к пониманию истин, намного более грандиозных и — можно сказать — фантастических, чем старинные мифы и эпосы, вбивавшие в себя крупицы мировоззрения и мирозерцания. Космология неизбежно оказывалась полем сражения идеологий, потому что она посягала на понимание мира как целого — взятого во всем пространстве и во все времена. Сначала человек искал в этом мире смысла и цели жизни, еще не понимая, что это чисто

человеческие понятия. Он не понимал и не допускал того, чтобы он сам не был центральной фигурой во Вселенной. Но иначе и не могла развиваться история познания, и младенческому этапу неизбежно сопутствовал детский эгоцентризм человечества. Разве сейчас мы в своей массе готовы принять просто взгляд на природу нашей родной планеты как на высшую ценность и высшее благо, которому нужно сознательно и искренне подчинить себя, не делая этого ни по принуждению, ни из соображений будущих благ и выгод, которые мы могли бы извлечь, создавая для себя и грядущих поколений здоровую среду обитания?

Но прошли тысячелетия, затем равные им по концентрации событий столетия и, наконец, такие же напряженные и плодотворные годы. После Аристотеля, считавшего Землю центром мироздания и средоточием сил и целей, пришел Коперник, поместивший в центр Вселенной Солнце, а Землю — на третью, рядовую орбиту около него. Ветер больших перемен разносил по земле Ренессанса семена высоких идей равенства, в том числе и космического. Джордано Бруно высказал, опережая современников на столетия, мысль о множественности обитаемых миров, об отсутствии царственного центра во Вселенной. За это в 1600 г. он был предан заживо сожжению на костре инквизиции: человеческий эгоцентризм защищал цитадели своей идеологии.

В XIX в. мы узнали, что звезды — это далекие солнца, столь же огромные и жаркие, как наше дневное светило, а порой и превосходящие его. И хотя было уже очевидно, что в звездах должны происходить бурные процессы высвобождения энергии, а термодинамика вступала в эпоху расцвета, инертная мысль цеплялась за постулат о неизменности и одинаковости мира всегда и повсюду. Это был «абсолютный космологический принцип», завовавший на первых порах даже Эйнштейна (а в последние десятилетия — Хойла и других крупнейших исследователей). И когда в 1921 г. Александр Александрович Фридман (1888—1925) в Петрограде создал первую нестационарную космологическую модель, Эйнштейн ответил на нее краткой заметкой, уличавшей автора в математической ошибке. В своей следующей краткой заметке Эйнштейн признал свою неправоту, а к концу 20-х годов этого века Эдвин Хаббл (1889—1953) доказал на основе количественных наблюдений, что Вселенная расширяется, как предсказал Фридман. Теорию

далее разрабатывали Робертсон и Уокер, и теперь говорят о космологических моделях Фридмана—Робертсона—Уокера (ФРУ).

Космологический принцип стал пониматься более узко: теперь говорят, что Вселенная в крупных масштабах однородна и изотропна, но ее характеристики изменяются со временем. Так как при этом, если такая картина наблюдается в одной системе отсчета (в одном сечении пространства-времени), а на других гиперповерхностях, отвечающих другим системам отсчета, появятся неоднородность, и анизотропия, то возникает вопрос: чем выделена та система, в которой Вселенная наиболее проста и симметрична? Ответ прост: однородность и изотропия имеют место в системе, сопутствующей среднему движению вещества и полей во Вселенной. Однако мы знаем, что в наших окрестностях и психологически близких нам масштабах мир отнюдь не однороден (а неоднородность, очевидно, влечет за собой анизотропию, хотя и не необходима для ее возникновения). О реализации космологического принципа речь может идти только в космологических же (а не просто макроскопических или астрономических) масштабах.

Как измерять эти масштабы? Определение расстояний до наблюдаемых астрономических объектов — звезд, галактик, квазаров — одна из центральных проблем современной астрономии и космологии. В космологии часто используется так называемое фотометрическое расстояние  $D$  до источника излучения, определяемое формулой  $D = \sqrt{L/4\pi l}$ . Здесь  $L$  — абсолютная светимость источника (его светимость при наблюдении со стандартного расстояния, например, 1 парсек (пк))<sup>8</sup>, а  $l$  — его видимая светимость (подумайте о смысле множителя  $4\pi$ : как он связан с геометрией и какие предположения о ней отражает?). Основная трудность в определении  $D$  на практике сводится к измерению  $L$  исследуемого источника. Хаббл преодолел эту трудность, найдя в ближних галактиках переменные звезды (типа цефеид), период колебаний блеска которых жестко связан с их абсолютной светимостью. Так он обнаружил, привлекая, кроме того, эффект Доплера для определения скорости галактики по лучу зрения, что эти скорости, наряду с общим хаотическим фоном, содержат систематическую составляю-

<sup>8</sup>1 пк = 3,262 св. лет =  $3,086 \cdot 10^{18}$  см.

щую, направленную от нас и линейно растущую с расстоянием (количественные данные см. ниже).

Изотропия наблюдаемой Вселенной (распределения галактик) начинает проявляться в кубе с ребром около 30 мегапарсек (1 Мпк =  $10^6$  пк). В кубе с ребром, в 10 раз ббльшим, изотропия распределения вещества уже наблюдается с точностью до нескольких процентов. Речь идет об изотропии не только в распределении оптических, но и радиоисточников (для квазаров еще нет полной ясности), а что касается реликтового излучения (см. главу 3), то она установлена сейчас с точностью 0,1%.

Для того чтобы приступить к решению уравнений Эйнштейна, необходимо уточнить вид правой части — тензора энергии-импульса источников гравитационного поля. Если усредненное распределение материи (галактик, а точнее — их скоплений) во Вселенной уподобить изотропной жидкости, то соответствующий тензор  $T_{\mu\nu}$  запишется так:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p/c^2) u_\mu u_\nu + g_{\mu\nu} p/c^2, \quad (2.60)$$

где плотность массы (энергии)  $\rho$  и давление  $p$  зависят только от космического времени  $t$ , причем в сопутствующей материи системе отсчета  $u^0 = 1$ ,  $u^i = 0$ . Функция  $\rho$  содержит вклад не только плотности массы галактик и их кинетической энергии, но и электромагнитного поля (включая излучение), нейтрино и гравитационной энергии связи и вообще всех форм материи.

Еще раз подчеркнем, что обсуждаемые здесь изотропия и однородность присущи пространственному сечению привилегированной системы отсчета, сопутствующей материи. Учитывая в уравнениях Эйнштейна эти свойства симметрии пространственных сечений и записывая уравнения в  $1+3$ -расщепленном виде (см. предыдущие разделы о системах отсчета), можно показать, что тензор Риччи  ${}^3R_{ik}$  трехмерных пространственных сечений замечательным образом связан с компонентами их метрического тензора  $b_{ik}$ :

$${}^3R_{ik} = B b_{ik}, \quad (2.61)$$

где  $B(t)$  — функция, не зависящая от пространственных координат. В зависимости от знака  $B$  различаются три типа пространственных сечений (пространств):

а) постоянной (в смысле зависимости от пространственных координат) положительной кривизны, если  $B > 0$ ;

б) постоянной (в том же смысле) отрицательной кривизны, если  $B < 0$ ;

в) нулевой кривизны, если  $B = 0$ .

Решая уравнение (2.61), легко найти конкретный вид 3-метрики  $b_{ik}$  для всех этих трех случаев. Их можно объединить в виде следующего выражения для квадрата трехмерного расстояния:

$$dl^2 = R^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right], \quad (2.62)$$

где  $R(t)$  — функция космического времени  $t$  (масштабный фактор),  $K$  — вспомогательный фактор, принимающий значения:  $+1$ ,  $-1$  и  $0$  соответственно для 3-пространств положительной, отрицательной и нулевой кривизн.

Кратко рассмотрим эти три случая в отдельности.

а. Метрику пространства постоянной положительной кривизны можно также записать в виде

$$dl^2 = R^2(t) [dx_1^2 + \sin^2 x_1 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)],$$

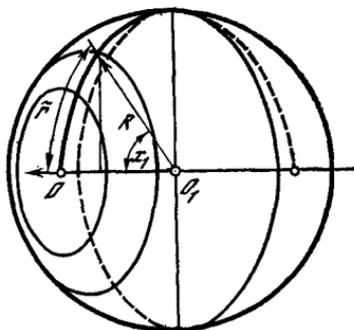


Рис. 11

где новая координата  $x_1$  связана с параметром  $r$  в (2.62) соотношением  $r = R \sin x_1$ . Параметр  $x_1$  изменяется в пределах  $0 \leq x_1 \leq \pi$ . Длина окружности и площадь сферы с центром в начале координат, характеризуемые параметрами  $x_1$  и  $\theta = \pi/2$ , соответственно равны  $l = 2\pi R \sin x_1$ ,  $S = 4\pi R^2 \sin^2 x_1$ . При увеличении  $x_1$  они сначала растут, достигая максимального значения ( $l_{\max} = 2\pi R$ ,  $S_{\max} = 4\pi R^2$ ), затем уменьшаются до нуля. Радиус  $\tilde{r}(x_1)$  окружности или сферы, соответствующей параметру  $x_1$ , равен  $R \sin x_1$ . Его максимальное значение  $\tilde{r}_{\max} = R$ . Отношение длины окружности к радиусу  $l/\tilde{r} = 2\pi \sin x_1 / \sin x_1 < 2\pi$ . Это соответствует геометрии на трехмерной сфере с радиусом  $R$  в четырехмерном евклидовом пространстве (рис. 11). Объем всего такого трехмерного пространства (трехмерной сферы) конечен,  $V = 2\pi^2 R^3$ . По этой причине такие пространства называются замкнутыми или конечными.

Как уже указывалось в первой главе, впервые геометрию таких пространств развил Риман. Она явилась вторым (после геометрии Лобачевского) примером неевклидовых геометрий. Ее часто называют геометрией Римана (в узком смысле). Напомним, что возможность описания реального пространства такой сферической геометрией подробно обсуждал Клиффорд, а затем Мах.

б. Метрику пространства постоянной отрицательной кривизны можно записать в виде

$$dl^2 = R^2(t) [dx_1^2 + \text{sh}^2 x_1 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)],$$

где координата  $x_1$  связана с  $r$  в (2.62) соотношением  $r = \text{sh } x_1$ . Очевидно, что  $x_1$  изменяется от нуля до бесконечности. Длина окружности и площадь сферы с центром в начале координат и с параметрами  $x_1$  и  $\theta = \pi/2$  равны:  $l = 2\pi R \text{sh } x_1$ ,  $S = 4\pi R^2 \text{sh}^2 x_1$ . При увеличении  $x_1$  они изменяются от нуля до бесконечности. По-прежнему  $\tilde{r} = R x_1$  и может быть сколь угодно большим;  $l/\tilde{r} = 2\pi \text{sh } x_1/x_1 > 2\pi$ . Объем пространства бесконечен. По этой причине пространства постоянной отрицательной кривизны называют открытыми. Они описываются геометрией Лобачевского, о которой уже говорилось в первой главе как о первом примере неевклидовой геометрии. Напомним, что установление связи планиметрии Лобачевского с геометрией на гиперboloиде Ф. Клейном и Бельтрами явилось окончательным доказательством непротиворечивости первой неевклидовой геометрии.

в. Пространства нулевой кривизны описываются хорошо известной евклидовой геометрией. Вид этой метрики при  $K = 0$  очевиден из (2.62). Напомним, что в евклидовом пространстве  $l/r = 2\pi$ .

Таким образом, все три вида геометрий, сыгравших важную историческую роль в развитии учения о пространстве и времени (Евклида, Лобачевского и Римана), оказались тремя возможными видами пространственных сечений реальной Вселенной согласно общей теории относительности.

С учетом временной части четырехмерный интервал однородных космологических моделей записывается следующим образом:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right]. \quad (2.63)$$

В таком самом общем виде эта метрика в литературе называется метрикой Фридмана—Робертсона—Уокера. Далее следует подставить (2.63) в уравнения Эйнштейна с тензором (2.60) в правой части и использовать уравнения состояния (зависимость давления  $p$  от плотности  $\rho$ ). Заметим, что на разных этапах расширения Вселенной уравнение состояния оказывается разным, так как при этом разную роль играют по отношению друг к другу

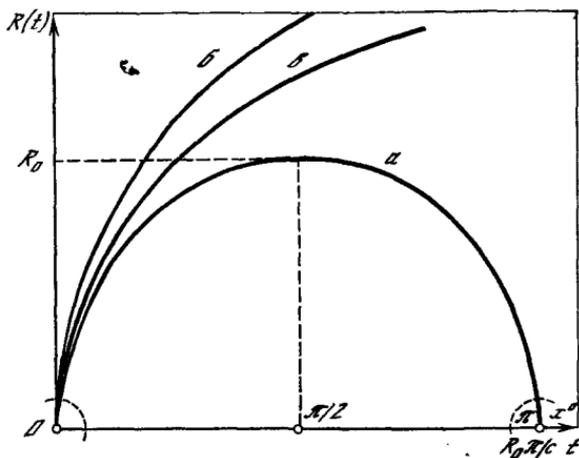


Рис. 12

вещество и излучение. Современной эпохе с большой точностью отвечает самое простое уравнение состояния пыли (некогерентной жидкости),  $p = 0$ . В окрестностях момента  $R = 0$  доминирует уравнение состояния  $p = \rho/3$ , характерное для излучения.

Решения уравнений Эйнштейна приводят к различным выражениям  $R(t)$  для трех типов пространственных сечений. Можно показать, что для закрытых миров (при  $\Lambda = 0$  и  $p = 0$ ) получается «пульсирующее» во времени решение (рис. 12, кривая  $a$ ), впервые полученное Фридманом. В параметрическом виде оно записывается следующим образом:

$$t = (R_0/c)(x^0 - \sin x^0), \quad R = R_0(1 - \cos x^0), \quad (2.64)$$

где  $R_0$  — постоянная.

Открытая модель Фридмана эволюционирует качественно иным образом. Она монотонно расширяется (сжимается) (см. кривую  $b$  на рис. 12). Это описывается следую-

циями параметрическими формулами:

$$t = (R_0/c)(\text{sh } x^0 - x^0), \quad R = R_0 (\text{ch } x^0 - 1). \quad (2.65)$$

На рис. 12 мы не изобразили вариант монотонно сжимающейся модели, так как экспериментально установлен факт расширения Вселенной.

Эволюция открытой модели с пространственными сечениями нулевой кривизны изображена линией *e* на рис. 12. Заметим также, что при стремлении  $R$  к нулю плотность  $\rho$  обращается в бесконечность. По-видимому, в окрестности этих точек (на рисунке они обведены пунктиром) общая теория относительности теряет силу.

В уравнениях Эйнштейна учтена космологическая постоянная  $\Lambda$  — единственный добавочный член, не противоречащий их структуре; Эйнштейн был вынужден ввести этот член в свои уравнения, чтобы они могли обладать статическими решениями (абсолютный космологический принцип!). После разработки моделей ФРУ и открытия Хабблом расширения Вселенной космологический член на многие годы был «забыт», но впоследствии обнаружилось, что его присутствие может быть обусловлено квантовыми процессами, особенно на ранних стадиях расширения Вселенной. Согласно анализу, проделанному Петросяном в США, можно сказать, что астрономические наблюдения указывают лишь верхний предел абсолютного значения  $\Lambda$ :

$$|\Lambda| < 2 \cdot 10^{-56} \text{ см}^{-2}. \quad (2.66)$$

Итак, космологическая постоянная очень мала (если не равна в точности нулю), но может играть принципиальную роль в теории. Заметим, что случай  $\Lambda \neq 0$  для пыли приводит, кроме статической модели Эйнштейна, к моделям де Ситтера, Эддингтона — Леметра, Леметра и ряду других. На некоторых этапах эволюции Вселенная может оказаться в состояниях, достаточно близких к этим моделям. Все нестатические модели приводят к существованию этапа, на котором масштабный фактор  $R$  становится малым. Космологическая постоянная, если ее величина ограничена условием (2.66), на этом этапе не играет существенной роли.

Обратимся теперь к случаю  $\Lambda = 0$  и рассмотрим некоторые детали теории, отложив подведение итогов до следующей главы этой книги. Удобно с самого начала ввести следующие характеристики:

а) параметр Хаббла  $H(t) = \dot{R}(t)/R(t)$ ;

б) параметр замедления  $q(t) = -R(t)\ddot{R}(t)/\dot{R}^2(t)$ ;

в) параметр плотности  $\Omega(t) = \kappa\rho(t)/3H^2(t)$ ,

которые обычно оцениваются в современную эпоху<sup>9</sup> (со значком «0», например,  $H_0$ ,  $q_0$  и т. д.). Оказывается, точное знание этих параметров позволяет ответить на вопрос, который, наверное, уже возник у читателя: если теория приводит к трем возможным моделям мира, то какая из них соответствует реальности? Из уравнений Эйнштейна следует, что имеется критическое значение плотности материи  $\rho_{кр} = 3H_0^2/8\pi k$ , сравнивая которую с наблюдаемым средним значением  $\rho_0$  во Вселенной, в принципе можно ответить на этот вопрос. Если  $\rho_0 > \rho_{кр}$ , то наш мир замкнут, т. е. пространство в сопутствующей материи системе отсчета является римановым ( $K = +1$ ). Если  $\rho_0 < \rho_{кр}$ , то пространство в той же системе отсчета описывается геометрией Лобачевского ( $K = -1$ ). Наконец, при  $\rho_0 = \rho_{кр}$  наше пространство описывается геометрией Евклида ( $K = 0$ ). Однако, как мы сейчас увидим, получить ответ на этот вопрос мы пока не можем.

Ввиду трудностей в определении расстояний во Вселенной мы знаем постоянную Хаббла весьма неточно:  $50 \text{ км/с} \cdot \text{Мпк} \leq H_0 \leq 100 \text{ км/с} \cdot \text{Мпк}$ , а так как время жизни Галактики лежит в интервале  $(1,1 \div 1,8) \cdot 10^{10}$  лет, то обычно принимается наименьшая из указанных величин (хотя это, конечно, совсем не строго). Отсюда согласно формуле для  $\rho_{кр}$  следует значение критической плотности  $\rho_{кр} \sim 2 \cdot 10^{-29} \text{ г/см}^3$ .

В настоящий момент плотность наблюдаемой части Вселенной оценивается значением  $\rho_0 \sim 5 \cdot 10^{-31} \text{ г/см}^3$ . Экстраполируя эти данные на всю Вселенную, приходим к выводу о соответствии открытой модели Фридмана данным наблюдений. Таким образом, пространственные сечения в сопутствующей материи системе отсчета, скорее всего, описываются геометрией Лобачевского. Однако может оказаться, что при оценке  $\rho_0$  учитывается не вся материя. По мере открытия новых объектов и новых видов материи оценка средней плотности постепенно будет приближаться к критической плотности  $\rho_{кр}$ . Если еще учесть возможность  $\Lambda > 0$ , то оказывается, что на данном этапе трудно с уверенностью произвести окончательный выбор реализуемой в природе модели Вселенной.

<sup>9</sup> Под «современной эпохой» в космологии понимают современный нам момент эволюции Вселенной.

Еще труднее дать оценку параметра замедления. Формально его можно было бы определить сравнением абсолютной и видимой звездных величин объектов (формулу, связывающую их, мы здесь не приводим). Некоторые авторы приходят к величине  $q_0 = 1,6 \pm 0,4$ , но существуют и доводы в пользу большей величины ошибок измерений, так что, по-видимому,  $q_0$  лежит где-то в пределах:  $-1 < q_0 < +2$ . Таким образом, сегодня мы знаем с определенностью лишь то, что наша Вселенная расширяется.

Нет пока полной ясности и в вопросе о «возрасте» нашей Вселенной. По современным данным возраст Вселенной оценивается в 10—20 млрд. лет, хотя в будущем эта оценка может измениться.

Ряд вопросов эволюции Вселенной обсужден на общедоступном уровне в книгах [32, 37, 38, 46, 47]. Программа космологических исследований Вселенной еще далека от завершения, и в следующей главе мы вернемся к этому кругу проблем в связи с фоновым реликтовым излучением, ранними этапами эволюции Вселенной и целым рядом других требующих ответа вопросов.

## Глава III

### ЗАВТРА

(Актуальные проблемы теории гравитации.  
Перспективы дальнейшего развития учения  
о пространстве и времени)

Приступая к работе над этой книгой, мы сначала хотели все три главы сделать примерно одинаковыми по объему. Однако оказалось, что третья глава не укладывается в такое прокрустово ложе, так как она посвящена будущему физики пространства-времени. Будущее всегда обширнее прошлого, ибо освоенный залив моря знаний, в который человечество бесграшно вышло на кораблях своих надежд, не идет ни в какое сравнение с великим океаном еще не познанного. К тому же предварительные наброски будущих контуров знания всегда требуют большего многословия, чем зрелая, выкристаллизовавшаяся наука, в малом числе лаконичных принципов которой объединено множество, казалось бы, разрозненных закономерностей и фактов. Мы понимаем, что не все читатели этой книги будут вчитываться в каждый из разделов этой главы — ведь фронт работ современных гравитационных исследований так широк, что мы, конечно, не смогли охватить его здесь полностью.

#### 3.1. Гравитационные волны

**3.1.1. Неуловимое излучение.** В современной теории гравитации наиболее пристальное внимание уделяется вопросам гравитационного излучения, его свойствам, характеру воздействия на приборы, его возможным источникам. Начало обсуждения было положено работами Эйнштейна в 1918 г., сразу же после создания общей теории относительности. Первые же оценки показали, что реальное гравитационное излучение должно быть чрезвычайно слабым. Долгое время справедливо считалось, что его обнаружение лежит далеко за пределами возможностей эксперимента, полагали, что это дело отдаленного будущего.

Но в начале 60-х годов американский физик Дж. Вебер объявил о постановке экспериментов по детектированию гравитационных волн внеземного происхождения. На Третьей Международной конференции по общей теории относительности и гравитации в Варшаве (1962) он рассказал о параметрах создаваемого им детектора. Затем через три года, на следующей конференции в Лондоне, Вебер выглядел очень уставшим. Оказывается, он стремился к началу конференции обнаружить гравитационные волны. Его установка была очень чувствительной, реагировала на движение транспорта и индустриальные шумы, поэтому приходилось работать по ночам. Волны к 1965 г. обнаружены не были, но эксперимент Вебера возбудил живой интерес. В ряде лабораторий начали подумывать о создании аналогичных установок. Наконец, в 1969 г. Дж. Вебер объявил об открытии гравитационного излучения. Научный мир был взволнован. А от Вебера поступали все новые и новые сообщения. Из них следовало, что гравитационные сигналы принимаются им все чаще: раз в месяц, два раза в месяц. Затем еще чаще... Уже указывалось направление, откуда приходит излучение (центр нашей Галактики), приводились сведения о поляризации излучения. Сигналы принимались одновременно несколькими установками, для расшифровки данных применялись компьютеры и т. д. Это уже была сенсация, попавшая в газеты, радиопередачи и научно-популярные журналы.

Как же отнеслись к этому физики-релятивисты? Поразному. Так, на Шестой Международной конференции по общей теории относительности и гравитации в Копенгагене в 1971 г. некоторые были уверены в открытии Вебером гравитационных волн. Кое-кто кричал: «Ура! Bravo Веберу, открывателю гравитационных волн!» Многие теоретики начали разрабатывать модели космических источников такого мощного гравитационного излучения, которое могло бы быть открыто установкой Вебера. Придумывалось немало подходящих для этого астрофизических механизмов и явлений. Были и более осторожные, не забывавшие, что всякое открытие необходимо повторить в других лабораториях, — только после этого оно имеет основание считаться подтвержденным. Были и явные скептики.

Во многих лабораториях бросились повторять эксперимент Вебера. Это сделать оказалось нелегко — требовалось создать аппаратуру, по чувствительности превышаю-

щую все, сделанное до сих пор человеком. Первыми вышли на необходимый уровень чувствительности в лаборатории В. Б. Брагинского в МГУ в 1972 г. Результат эксперимента оказался отрицательным. Затем стали поступать сведения из других лабораторий США, Англии, Италии и других стран. Они не подтвердили данные экспериментов Вебера.

С того времени прошло уже более 10 лет. Начатые тогда эксперименты продолжаются, установки совершенствуются, завершаются работы по созданию второго поколения гравитационных детекторов. По мнению подавляющего числа физиков-релятивистов, гравитационные волны еще не обнаружены. Не будем строго судить Дж. Вебера — развитие науки очень сложный процесс, каждый шаг дается с большим трудом. Пока ясно одно: широкий размах современных гравитационно-волновых экспериментов в значительной степени был инициирован Вебером<sup>10</sup>.

Одновременно с экспериментальными значительно усилились теоретические исследования проблемы гравитационных волн. Именно проблемы, потому что в теоретическом плане здесь также имеется много неясностей. Коротко коснемся некоторых из них.

Многие аспекты теории гравитации рассматриваются по аналогии с теорией электромагнитного поля. Это относится и к гравитационному излучению. Однако при ближайшем рассмотрении оказывается, что гравитационное излучение обладает рядом качественно иных свойств. В частности, оно иначе воздействует на приборы. Действительно, когда рассматривается взаимодействие электромагнитных волн с заряженным телом, то движение тела можно рассматривать относительно нейтрального объекта, который не реагирует на электромагнитные волны. Что же касается воздействия гравитационной волны, то в силу принципа эквивалентности сама возможность такого сравнения исключается. Теперь мы имеем дело с искривлением самого пространства-времени, что означает одинаковое возмущение (смещение) в данном месте всех объектов. Необходимо использовать специальные приемы для описания такого универсального воздействия.

<sup>10</sup> Любопытно заметить, что Вебер до сих пор продолжает настаивать на том, что его установки регистрируют «сигналы», правда, при этом все реже встречается более определенное утверждение, что это «сигналы гравитационного излучения».

В общей теории относительности реализовано глубокое единство гравитации и инерции. В уравнения движения материальной точки (уравнение геодезической) входят физико-геометрические величины, описывающие обе эти стороны, а не отдельно поле гравитации, аналогичное другим физическим полям. Своеобразие ситуации состоит в том, что в искривленном пространстве-времени мы принципиально не можем различить, что описывает инерцию, а что — «чистую» гравитацию. Поэтому правильнее было бы говорить не о гравитационных, а о гравиинерциальных волнах.

При описании электромагнитного и других излучений обычно широко пользуются понятиями энергии и импульса. Например, сплошь и рядом говорят о мощности излучения, плотности потока излучения, энергии волны и т. д. Оказывается, в рамках общей теории относительности применение этих понятий к гравитационному полю, строго говоря, некорректно. Дело в том, что понятия энергии и импульса важны в связи с законами их сохранения. В плоском пространстве-времени закон сохранения энергии связан с однородностью времени, закон сохранения импульса — с однородностью пространства, а закон сохранения момента количества движения — с изотропностью пространства. Как уже неоднократно отмечалось, общая теория относительности трактует тяготение как искривление пространства-времени, когда в общем случае нарушается его однородность и изотропность. Другими словами, основные принципы общей теории относительности не приводят к привычным нам законам сохранения энергии, импульса, момента. Отсюда следует неправомерность применения в прежнем смысле этих понятий к гравитационному полю вообще и к гравитационным волнам в частности. Правда, в некоторых специальных случаях применение этих понятий может быть оправдано, однако при этом не следует забывать об их ограниченном и условном характере. Так, довольно часто в литературе можно встретить энергетические оценки мощности или потока гравитационного излучения. Одновременно ряд авторов указывают на недоработку некоторых вопросов применения этих понятий и соответствующих формул, т. е. эти вопросы активно дискутируются.

Как известно, электромагнитные волны в вакууме описываются линейными уравнениями Максвелла, а гравитационные — существенно нелинейными уравнениями Эйнштейна. Это также является источником многих

трудностей. В частности, сразу же ясно, что в ОТО должно, вообще говоря, нарушаться свойство суперпозиции гравитационных волн. Существенное упрощение достигается в случае слабого гравитационного поля, когда отбрасываются нелинейные члены.

Оценки показывают, что во всех реальных ситуациях гравитационные волны настолько слабы, что пока не могут быть обнаружены современными приборами. Ведущиеся экспериментальные поиски рассчитаны на сверхмощные источники, в основном гипотетической природы. Это привело к тому, что в теории рассматриваются свойства пока не наблюдавшихся явлений. Это существенное отличие от ситуации в большинстве разделов науки, где экспериментальное обнаружение явлений предшествовало их теоретическому описанию. Впрочем, почти все общерелятивистские эффекты сначала были предсказаны теоретически.

Несмотря на все сказанное, положение в этой области исследований не безнадежно. Получен ряд важных и интересных результатов, сложилось несколько направлений теоретических исследований гравитационных волн. В недалеком будущем можно ожидать решающих экспериментальных открытий.

Перед тем как перейти к описанию сравнительно простого случая слабого гравитационного поля, кратко охарактеризуем положение в точной теории. В настоящее время известно большое число точных решений уравнений Эйнштейна, однако лишь некоторые из них получили ясное физическое истолкование и совсем немногие отнесены к разряду волновых. Существует ряд критериев, с помощью которых можно судить о том, имеем ли мы в конкретных случаях дело с пространством-временем, содержащим гравитационные волны, или речь идет о неволновых полях. Однако эти критерии не совпадают точно друг с другом, хотя и очерчивают (довольно правдоподобно) контуры всего множества случаев, когда гравитационные поля можно считать волновыми. Эта область теории довольно сложна, в ней используются мощные математические методы, и при всей ее актуальности мы вынуждены ограничиться далее приближенными решениями уравнений Эйнштейна, когда гравитационное поле достаточно слабо и легче опираться на аналогичные рассуждения в теории электромагнитного поля, хорошо подтвержденные на практике.

**3.1.2. Слабые гравитационные волны.** Опираясь на

аналогии с электромагнитным излучением, физики-релятивисты утверждают, что «очень далеко» от источника гравитационная волна должна описываться решением уравнений Эйнштейна в линейном приближении. Это означает, что далеко от источника метрика имеет вид  $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^0 + h_{\mu\nu}$ , где  $g_{\mu\nu}^0$  — плоская метрика,  $h_{\mu\nu}$  — малые поправки по сравнению с единицей. Используя дополнительные координатные условия, например гармонические (при  $h = h_{\mu\nu}g^{\mu\nu} = 0$ )

$$\partial h^{\mu\nu}/\partial x^\nu = 0, \quad (3.1)$$

легко показать, что уравнения Эйнштейна в пустоте принимают вид

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) h_{\mu\nu} = 0. \quad (3.2)$$

Это волновое уравнение.

Рассматривая решение в виде плоской волны, находим

$$h_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \sin(k_\alpha x^\alpha + \varphi_0), \quad (3.3)$$

где  $k_\alpha$  — изотропный волновой вектор. Из дополнительных условий (3.1) следует, что из 10 компонент  $h_{\mu\nu}$  независимыми являются только две. Если плоская волна распространяется вдоль направления  $x^1$ , то ими являются поперечно-поперечные компоненты:  $b_1 = (1/2)(h_{22} - h_{33})$  и  $b_2 = h_{23}$ , т. е. гравитационная волна поперечна и имеет две поляризации аналогично плоской электромагнитной волне, характеризуемой двумя поперечными (по отношению к оси  $x^1$ ) компонентами векторного потенциала:  $A_2$  и  $A_3$ . Таким образом, метрика плоской гравитационной волны имеет вид

$$ds^2 = dx_0^2 - dx_1^2 - (1 + b_1)dx_2^2 - (1 - b_1)dx_3^2 - 2b_2 dx_2 dx_3, \quad (3.4)$$

где можно положить

$$\begin{aligned} b_1 &= B_1 \sin \frac{\omega}{c} (x^0 - x^1), \\ b_2 &= B_2 \sin \left[ \frac{\omega}{c} (x^0 - x^1) + \varphi \right], \end{aligned} \quad (3.5)$$

причем  $B_1 \ll 1$  и  $B_2 \ll 1$  — амплитуды.

Рассмотрим характер воздействия слабой гравитационной волны на пробные свободные частицы (например,

пылинки). Возьмем точки-пылинки, которые до прихода волны (при  $B_1 = B_2 = 0$ ) находились на одном расстоянии  $\delta\sigma_0$  от какой-то выделенной точки  $O$ . Эти точки лежат на сфере радиуса  $\delta\sigma_0$ :  $\delta x_1^2 + \delta x_2^2 + \delta x_3^2 = \delta\sigma_0^2$ . Когда волна достигнет выделенной точки, то расстояния будут определяться соотношением<sup>11</sup>

$$\delta\sigma = \sqrt{h_{ik}\delta x^i\delta x^k} = \sqrt{\delta x_1^2 + \delta x_2^2 + \delta x_3^2 + b_1(\delta x_2^2 - \delta x_3^2) + 2b_2\delta x_2\delta x_3}.$$

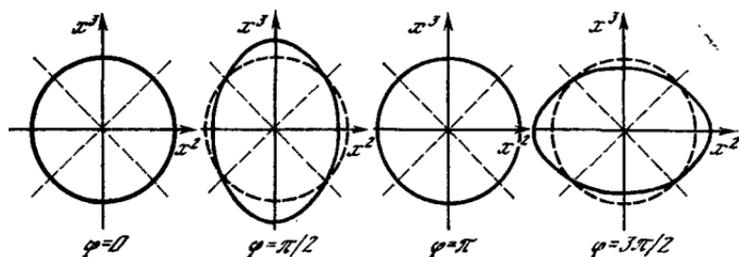


Рис. 13

Для простоты возьмем поляризованную волну, т. е. такую, что  $b_1 \neq 0$ ,  $b_2 = 0$ . Тогда в координатном пространстве поверхность равноудаленных от  $O$  точек ( $\delta\sigma = \delta\sigma_0 = \text{const}$ ) образует эллипсоид. Его сечение  $\delta x_3 = 0$  (по фронту волны) является эллипсом:

$$\frac{\delta x_2^2(1+b_1)}{\delta\sigma_0^2} + \frac{\delta x_1^2(1-b_1)}{\delta\sigma_0^2} = 1.$$

При прохождении волны с  $b_1$ , определяемым (3.5), этот эллипс эволюционирует. Характер этой эволюции за период волны изображен на рис. 13. Из рисунка следует, что в течение первой четверти периода происходит растяжение плоскости фронта волны в горизонтальном направлении и сжатие в вертикальном направлении. В течение второй четверти система постепенно возвращается в начальное состояние. В третью четверть, наоборот, плоскость растягивается в вертикальном направлении и сжимается в горизонтальном и т. д. Характерно, что вдоль пунктирных линий смещений точек не происходит.

<sup>11</sup> При этом координаты  $x^1$ ,  $x^2$ ,  $x^3$  «пылинок» будут оставаться неизменными.

Если взять волну с другой поляризацией (т. е. при  $b_1 = 0$ ,  $b_2 \neq 0$ ), то характер эволюции будет тем же, только растяжения и сжатия будут происходить вдоль пунктирных осей (картинки будут повернуты под углом  $45^\circ$ ), а расстояния будут оставаться неизменными вдоль сплошных линий.

Если в рассматриваемой плоскости поместить связанные точки (в простейшей модели — шарики, связанные пружиной), то в пружине должны возникнуть периодически изменяющиеся напряжения. Именно так можно обнаружить гравитационные волны. Эта простейшая модель лежит в основе уже созданных гравитационных антенн первого поколения и ряда разрабатываемых установок второго и третьего поколений.

Согласно теории линейных гравитационных волн возможным источником гравитационного излучения может быть любая система с изменяющимся, как говорят, квадрупольным моментом  $D_{ik}$ , т. е. система с несферически-симметричным образом изменяющимся распределением масс. Если рассматривать слабые гравитационные волны по аналогии с электромагнитным излучением и позволить себе использовать понятие энергии, то мощность гравитационного излучения можно выразить в виде формулы

$$-dE/dt = (k/45c^5)(\ddot{D}_{ik})^2, \quad (3.6)$$

где  $\ddot{D}_{ik}$  — третья производная по времени от  $D_{ik}$ . В отличие от электромагнитного излучения (в основном дипольного) гравитационное излучение является квадрупольным.

В качестве примера приведем формулу для мощности гравитационного излучения стержня длины  $2l$ , массы  $M$ , вращающегося с угловой скоростью  $\omega$ :

$$-dE/dt = \frac{128k}{45c^5} (M/l)^2 \omega^6 l^6.$$

В реальном случае, когда  $\omega \sim 10^3 \text{ с}^{-1}$ ,  $l \sim 2 \cdot 10^3 \text{ см}$ ,  $M \sim 6 \cdot 10^{10} \text{ г}$ , получаем ничтожную величину  $-dE/dt \sim 10^{-7} \text{ эрг/с}$ .

Оценку интенсивности гравитационных волн иногда также производят с помощью энергетических оценок — говорят о плотности потока в эрг/см<sup>2</sup>·с. Однако это не обязательно. Зная метрику, можно описать поведение в ней систем, опираясь лишь на понятия общей теории относительности. Наиболее удобно характеризовать гравитационные волны относительной деформацией систем, т. е.

безразмерной величиной  $h = \Delta l/l$ , где  $l$  — линейные размеры системы в отсутствие гравитационной волны,  $\Delta l$  — изменение размеров под действием волны. Очевидно, что ожидаемая величина  $h$  чрезвычайно мала ( $h \sim 10^{-20}$ , см. п. 3.1.5).

**3.1.3. Источники гравитационного излучения.** Из приведенных выше оценок следует, что в данный момент трудно рассчитывать на земные источники гравитационных волн, т. е. на осуществление гравитационного эксперимента типа Герца<sup>12</sup>. Пока основная надежда возлагается на космические источники. По характеру излучения и интенсивности их удобно разделить на две группы: 1) источники непрерывного излучения (двойные звезды, пульсары) и 2) импульсные источники (несимметричный коллапс звезд, взрывы сверхновых звезд, коллапс ядер галактик и т. д.). Источники второй группы в среднем на 15 порядков более мощные, но, к сожалению, заранее невозможно указать время и место их появления. Постараемся кратко охарактеризовать эти две группы источников.

**1. Источники непрерывного гравитационного излучения.** К ним относятся планетные системы, вращающиеся двойные звезды, пульсирующие и вращающиеся звезды и т. д. Вероятно, около 50% звезд в нашей Галактике являются двойными (кратными). Поэтому следует ожидать огромное число источников непрерывного гравитационного излучения. Все дело упирается в вопрос, насколько велик поток гравитационного излучения от них в окрестности Земли. Очевидно, что поток  $F$  связан с мощностью  $L$  (эрг/с) гравитационного излучения соотношением  $F = L/4\pi R^2$ , где  $R$  — расстояние от источника до Земли. В случае монохроматической гравитационной волны с частотой  $\omega_g$  можно записать безразмерную характеристику  $h$  в виде

$$h \sim [16\pi k F/c^3 \omega_g^2]^{1/2}.$$

В современной научной литературе можно найти множество работ, посвященных вычислению величин  $F$  и  $h$  для конкретных источников. Вместо их перечисления удобнее привести диаграмму (рис. 14), которая дает глобальное представление об этих результатах. На ней по горизонтальной оси отложен десятичный логарифм от

<sup>12</sup> Напомним, что *Герц Герц* (1857—1894) в 1888 г. осуществил эксперимент по генерированию и приему электромагнитных волн в лабораторных условиях.

частоты (в герцах), а по вертикальной — логарифм от  $h$ . Все источники распределены по четырем областям: 1) область А соответствует «классическим» двойным звездам (включая источники рентгеновского излучения); 2) область В изображает вибрации белых карликов после их возникновения из новых звезд ( $E \sim 10^{45}$  эрг, расстояние

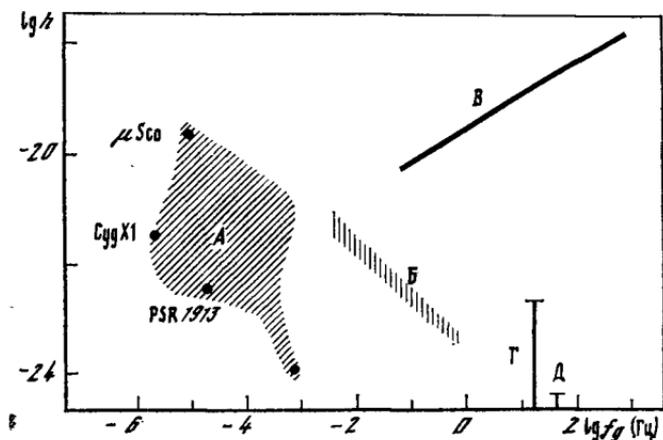


Рис. 14

от Земли  $R \sim 500$  пк); 3) область В соответствует компактным кратным звездным системам (с массами компонентов порядка солнечной и  $R \sim 10^4$  пк); 4) точки Г и Д соответствуют пульсарам Вела и в Крабовидной туманности.

Более детальные оценки и ссылки на оригинальную литературу можно найти в обзорах [48, 49, 71, 75].

Как правило, источники непрерывного гравитационного излучения чрезвычайно слабы, диапазон их лежит существенно в стороне от диапазона частот разрабатываемых сейчас детекторов. Однако сейчас имеются веские основания полагать, что наличие гравитационного излучения от них уже доказано косвенным образом. Так, в работе Тейлора и Вейсберга были подведены итоги семилетних исследований двойного пульсара PSR 1913 + 16, начатых в 1974 г. Эта система состоит из пульсара с массой  $1,42 \pm 0,06 M_{\odot}$  и невидимого компонента (нейтронной звезды или черной дыры) примерно такой же массы. Орбитальный период обращения системы 7 ч 45 мин, период вспышек пульсара 0,059 с. Наблюдения этой системы велись на 305-метровом радиотелескопе Аресибо

на частотах 430 и 1410 МГц. Было надежно обнаружено уменьшение орбитального периода, которое интерпретируется исследователями как снижение орбиты вследствие потерь энергии на гравитационное излучение. В единицах  $10^{-12}$  скорость изменения периода наблюдается равной  $-2,30 \pm 0,22$ , тогда как теоретический расчет в рамках линеаризованной общей теории относительности предсказывает значение  $-2,40$ .

**2. Импульсные источники.** Для описания импульсного гравитационного излучения нужно ввести дополнительные величины. Пусть источник имеет массу  $M$ , а энергия  $E_g$ , излучаемая в виде гравитационных волн, пусть связана с  $M$  соотношением  $E_g = \varepsilon M c^2$ , где  $\varepsilon$  — фактор эффективности. Полагают, что  $\varepsilon < 0,5$ . Всплеск излучения характеризуется временем  $\bar{t}$ , по которому можно определить характеристическую частоту (пик излучения в спектре)

$$f_g = 1/2 \pi \bar{t} \sim (4 \cdot 10^3 \text{ Гц}) \cdot (2M_\odot / M).$$

Безразмерная характеристика  $h$  может быть записана в виде

$$h \sim 4kM\varepsilon^{1/2}/Rc^2.$$

Как и в случае источников непрерывного излучения, опять удобно изобразить характеристики излучения от импульсных источников в окрестности Земли в виде диаграммы (рис. 15). По осям отложены те же величины, что и на рис. 14, причем везде положено  $\varepsilon \sim 0,01$ . Тогда: 1) область А соответствует галактическим ядрам и квазарам; 2) область Б изображает звездные скопления и черные дыры; 3) область В отвечает рождению черных звезд; 4) область Г соответствует рождению нейтронных звезд.

Для оценок импульсных источников гравитационного излучения необходимо принимать во внимание еще два фактора: а) частоту возникновения всплеска излучения данного типа (сколько раз в год их можно ожидать) и б) место, откуда к нам приходит соответствующее излучение. По поводу событий такого рода можно либо утверждать о сравнительной их редкости, либо делать различные гипотетические предположения. Тем не менее разрабатываемые сейчас детекторы предназначены для обнаружения гравитационных сигналов именно от таких источников.

**3.1.4. Детекторы гравитационного излучения.** Как уже отмечалось, первый приемник гравитационного из-

лучения был построен Дж. Вебером. Он представляет собой массивный алюминиевый цилиндр, подвешенный специальным образом в вакууме. В средней его части по периметру укреплены пьезодатчики, преобразующие механические напряжения при колебаниях в электрические сигналы. Как видно, идея прибора чрезвычайно проста.

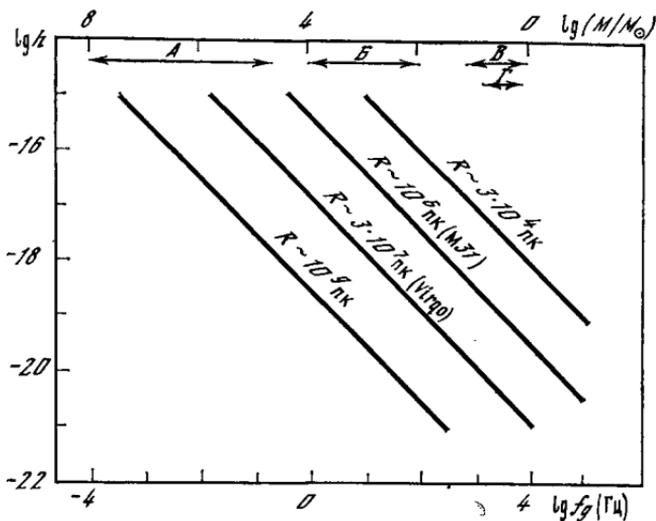


Рис. 15

Гравитационные волны, падающие перпендикулярно его оси, должны вызывать механические колебания цилиндра, которые преобразуются и усиливаются.

Чем руководствовался Вебер, выбирая параметры своей установки? Полшутя говорят, что, когда на заводе спросили у Вебера, каких размеров должен быть цилиндр, он развел руки и показал: вот такой длины и вот такой толщины. В итоге получился цилиндр длиной около 1,5 м и диаметром 60 см, общим весом в полторы тонны. Частота его собственных колебаний 1660 Гц — это и есть частота гравитационных волн, которые он может принимать. Главное, с чего-то надо было начать, а с чего — определялось соображениями простоты технической реализации. Сразу было ясно, что эта частота и достижимая чувствительность лежат далеко за пределами необходимого для обнаружения гравитационных волн, приходящих от реальных источников непрерывного излучения. Надежды возлагались на случайные или гипоте-

тические источники импульсного излучения, а теоретики вскоре предложили великое множество таковых.

Веберу удалось отладить установку так, что она могла регистрировать механические колебания торцов цилиндра относительно друг друга с амплитудой  $2 \cdot 10^{-14}$  см. Это отвечает безразмерной величине  $h \sim 10^{-17}$ . Примерно такой же чувствительности достигли и в других лабораториях на подобных установках, которые сейчас принято называть детекторами первого поколения. Отрицательные результаты первого этапа экспериментального поиска гравитационных волн заставляют повысить чувствительность приемников.

Решением этой технической задачи сейчас занимаются в нескольких лабораториях первоклассные экспериментаторы. Подробное обсуждение таких технических проблем выходит за пределы тематики данной книги. Здесь лишь кратко упомянем, что основное препятствие представляют «шумы» установки, которые обусловлены: а) броуновским шумом самого цилиндра и б) шумами измерительной и усиливающей аппаратуры. Броуновским шумом цилиндра длины  $l$  обусловлена формула

$$(\Delta l/l) \sim (kT\omega_{\text{рез}} \cdot \tau_{\text{изм}}/\pi M v_{\text{зв}} Q)^{1/2}, \quad (3.7)$$

где  $\omega_{\text{рез}}$  — резонансная частота цилиндра,  $\tau_{\text{изм}}$  — время измерения,  $v_{\text{зв}}$  — скорость звука в цилиндре,  $T$  — температура установки,  $Q$  — добротность. Напомним, что добротность указывает, во сколько раз уменьшается энергия детектора за один период колебания.

Как видно из приведенной формулы, для уменьшения  $(\Delta l/l)$  можно пойти по пути увеличения массы и уменьшения температуры. В этом направлении работает группа Стэнфордского университета в США. Другой путь состоит в увеличении добротности  $Q$ . Для этого следует перейти от алюминия с добротностью  $Q \sim 10^5$  к другому материалу. Наиболее целесообразно использовать в качестве цилиндра монокристаллы из кварца, кремния или, лучше всего, сапфира (с  $Q \sim 5 \cdot 10^9$ ). По последнему пути пошли экспериментальные группы В. Б. Брагинского (МГУ), Дагласа (США), Папини (Италия) и др. Конечно, желательно было бы улучшить установку сразу по всем указанным параметрам, но это удастся сделать лишь на следующем этапе работ.

Имеются и другие технические проблемы. Например, нужно разработать подходящие устройства для измерения и усиления малых колебаний цилиндра. Так, пьезо-

электрические датчики Вебера более удовлетворить не могут. В. Б. Брагинский с самого начала использовал емкостную систему съема сигнала с цилиндра. Показано, что такие датчики в принципе могут обеспечить  $h \sim 10^{-20}$ . Ожидается, что создаваемые сейчас детекторы второго поколения будут иметь чувствительность  $h \sim 3 \cdot 10^{-19}$ .

Началась разработка принципиально иного типа гравитационных детекторов, в основе которых лежит лазерный интерферометр. С его помощью предполагается измерять относительные колебания зеркал, расстояния между которыми могут быть значительными. Такие установки разрабатываются в СССР, США, Англии, ФРГ. В качестве примера укажем: для того чтобы зарегистрировать всплески сверхновых в скоплении галактик Virgo, нужно достичь чувствительности  $h \sim 10^{-21}$ , что диктует использование лазера с мощностью  $10^4$  Вт. Отметим, что преимуществом лазерных детекторов по сравнению с резонансными является их широкополосность.

Для обнаружения низкочастотного гравитационного излучения (с длиной волны  $\lambda > 10^6$  км) можно использовать доплеровский эффект при радиолокации спутников. Однако пока чувствительность имеющейся радиоаппаратуры недостаточна для этих экспериментов.

Гравитационные антенны второго поколения имеют чувствительность, достаточную для регистрации гравитационных волн, возникающих при взрыве сверхновых в нашей Галактике. Однако, к сожалению, такие процессы происходят в нашей Галактике очень редко — один раз в течение десяти-тридцати лет.

Все это говорит о том, что для получения положительных результатов на установках второго поколения, которые вступят в строй к моменту выхода книги в свет, экспериментаторам должно «повезти». Больше надежд можно возлагать на антенны третьего поколения, которые будут в состоянии регистрировать смещения с точностью  $h \geq 10^{-21}$ . Однако такая точность лежит уже в так называемой квантовой области. Принцип неопределенностей Гейзенберга не позволяет измерять движение торцов цилиндра с точностью, большей чем  $h \sim 10^{-20}$ . Вследствие этого возникает еще одна принципиальная проблема — проведение квантовых невозмущающих измерений. Согласно работам В. Б. Брагинского и К. Торна имеется возможность достижения точности  $h \sim 10^{-21}$  и большей.

Таким образом, на сегодняшний день имеются довольно веские основания утверждать, что в недалеком буду-

щем гравитационное излучение космического происхождения будет обнаружено. Если в игру не вступят какие-либо принципиально новые факторы, то ожидается, что с открытием гравитационных волн человечество получит ключи к практическому освоению нового канала информации о процессах во Вселенной.

### 3.2. Черные дыры и релятивистская астрофизика

3.2.1. Эволюция звезд. Внешнее решение Шварцшильда — рассмотренное нами в разделе 2.2 вакуумное решение уравнений Эйнштейна — может описывать гравитационное поле вне звезды, если ее вращением можно пренебречь и если она достаточно велика, чтобы можно было отбросить ту часть вакуумного решения Шварцшильда, которая находится под шварцшильдовским радиусом или близка к нему. Исследование эффектов ОТО в поле Шварцшильда было, таким образом, первым практическим применением уравнений Эйнштейна в релятивистской астрофизике. Однако здесь особый интерес представляет внутреннее решение, также полученное еще Шварцшильдом для области, где правая часть уравнений Эйнштейна содержит отличный от нуля тензор энергии-импульса; этот тензор был взят для случая идеальной жидкости и имеет вид, уже знакомый нам из космологии, — см. выражение (2.60), где все величины рассматриваются как функции лишь радиальной координаты, а вид вектора 4-скорости среды отвечает ее состоянию покоя. Такая модель звезды должна быть рассмотрена, если ее вещество находится в сверхплотном состоянии и поэтому обычный закон тяготения Ньютона уже теряет силу. В общем виде поставить соответствующую задачу нетрудно, но нельзя ограничиваться рассмотренным Шварцшильдом случаем несжимаемой жидкости. Если же реалистически подходить к изменению плотности вещества звезды при сильном увеличении давления внутри нее, то задача сильно усложняется, и приходится прибегать к численным или приближенным методам решения уравнений поля и уравнений состояния. Выбор такого уравнения состояния, которое соответствует действительности, важен для решения задачи, но совсем не прост: ведь мы не так уж много знаем о свойствах вещества при гигантских плотностях, близких к ядерной или превосходящих ее. Здесь астрофизика неизбежно сливается с ядерной физикой и физикой эле-

ментарных частиц, и при рассмотрении космических объектов приходится опираться на квантовые закономерности.

Если идти от поверхности массивной звезды внутрь, приходится пересечь ряд областей. Плотность вещества растет от значений, привычных на Земле, все сильнее и сильнее, и при этом уменьшается ширина потенциального барьера между отдельными атомными ядрами — растет вероятность квантового туннельного эффекта обменов частицами между ними. При некотором значении плотности электроны становятся общими для всех атомов — практически свободными. Возникает, как говорят, вырожденный электронный газ (наряду с «газом» атомных ядер). Эта фаза вещества описывается своим особым уравнением состояния (в области плотностей около  $10^7$  г/см<sup>3</sup>).

Еще ближе к центру звезды электроны при росте плотности соединяются с протонами, образуя нейтроны. Если нейтрон в свободном состоянии неустойчив и распадается с образованием протона, электрона и нейтрино, то в веществе при больших давлениях нейтроны становятся стабильными, а протоны, напротив, стремятся «соединиться» с электронами и превратиться в нейтроны с испусканием нейтрино. Это оказывается энергетически более выгодным. Теперь система состоит из трех компонентов: вырожденно-го релятивистского электронного газа (которого становится все меньше), атомных ядер (также убывающих в числе) и вырожденного нейтронного газа (нейтрино «улетучиваются» из объема звезды). Когда плотность вещества достигает значений около  $10^{14}$  г/см<sup>3</sup>, нейтронный газ начинает доминировать, хотя еще сохраняются в некотором количестве электроны и протоны (но не ядра). Уравнение состояния, характеризующее связь между плотностью вещества и давлением (ср. раздел 2:10), известно для этого случая недостаточно точно, так как оно должно учитывать ядерные взаимодействия в релятивистской области и рождение новых частиц.

В этих слоях звезды уравнения состояния обычно записываются в виде таблиц или более или менее сложных формул. Упомянем известные для очень высоких плотностей ( $\rho \geq 10^8$  г/см<sup>3</sup>) уравнения состояния Гаррисона—Уилера—Саакяна. Однако на практике можно переходить и к более простому асимптотическому уравнению состояния, знакомому из космологии, — уравнению для ультра-релятивистского идеального газа,  $p = \rho/3$ .

Допустим, что интегрирование уравнений Эйнштейна при заданном уравнении состояния (меняющемся от слоя к слою) проведено; это не так уж сложно, если ограничиться численными методами. Полученное решение будет статическим по своему построению, т. е. равновесным, но вот устойчивым оно может и не быть. Требуется проверить его на устойчивость. Обычно для этого добавляют

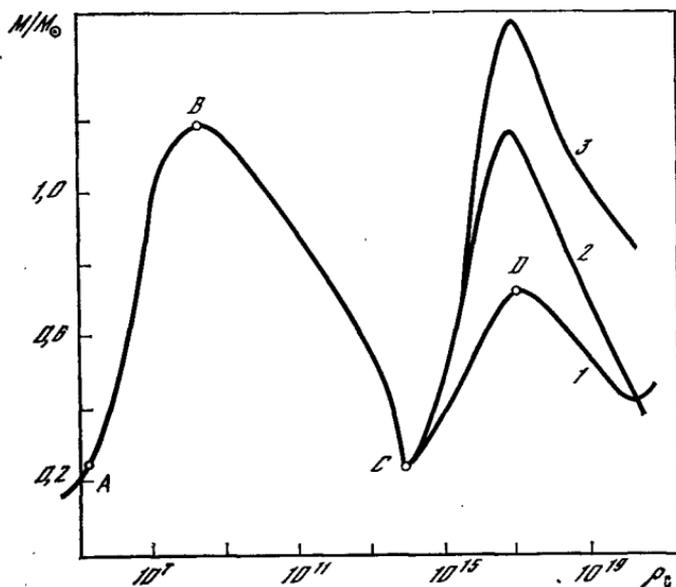


Рис. 16

к статическому решению малые возмущения, зависящие от времени, подставляют сумму в уравнения Эйнштейна и, приближенно решая получающиеся уравнения для возмущений, выясняют, не имеют ли они тенденции расти,— тогда делается заключение о неустойчивости равновесного решения. Практически все расчеты ведутся с помощью ЭВМ. Результаты для уравнения состояния Гаррисона—Уилера—Саакяна представлены на графике (рис. 16), где изображена связь между заданной плотностью  $\rho_c$  в центре конфигурации и ее полной массой  $M$  (в единицах массы Солнца  $M_\odot$ ). Правее точки  $C$  идет релятивистская область, в которой для оценки роли ОТО сравниваются результаты применения просто нерелятивистской теории Ньютона (кривая 3), теории Ньютона, дополненной учетом гравитационного дефекта массы

(кривая 2), и общей теории относительности (кривая 1). Все кривые мало различаются качественно, но ясно, что при более точном учете гравитации и релятивизма интегральная масса заметно уменьшается. На участках роста кривой равновесная конфигурация устойчива, а на участках спада полная масса имеет тенденцию «проскочить» до следующего минимума (принцип энергетической выгоды). Поэтому точки *B* и *D* изображают пределы устойчивости равновесной конфигурации при росте ее полной массы; точка *B* называется пределом Чандрасекара, а точка *D* — пределом Оппенгеймера—Волкова—Ландау.

На графике описаны только сверхплотные звезды, так что эволюция обычных звезд лежит в узкой полоске чуть правее точки *A*, а дальше до точки *B* изображены состояния белых карликов — звезд, еще заметно светящихся и сверхплотных только по земным стандартам, но не дошедших до ядерной плотности. Примером белого карлика может служить знаменитый спутник Сириуса, самой яркой звезды земного неба. Мы не будем подробно обсуждать эволюцию обычных звезд, об этом можно прочесть в ряде популярных или более основательных книг. Скажем лишь, что все звезды образуются в результате гравитационного сжатия облаков космического водорода (с малыми добавками гелия и, возможно, других элементов, которые в отличие от водорода и гелия произошли из недр звезд, взорвавшихся до этого). При сжатии гравитационная потенциальная энергия переходит в кинетическую энергию теплового движения частиц вещества образующейся звезды, т. е. звезда разогревается (в конечном итоге до температуры миллионов градусов). При определенной температуре начинает происходить объединение протонов ядер водорода в ядра гелия (с рождением нейтрино и позитронов), это называется реакцией термоядерного синтеза. Звезда теперь по-настоящему разогревается и долгое время «живет» за счет энергии, выделяющейся при термоядерной реакции. Время такой жизни определяется начальной массой звезды — чем больше масса, тем быстрее истекает период синтеза гелия. Наше Солнце находится именно в таком возрасте, оно вступило в него несколько миллиардов лет назад, и ему предстоит прожить примерно столько же миллиардов лет. Более массивные звезды (а их во Вселенной довольно много) проходят период синтеза гелия за сроки, меньшие одного миллиарда лет. Когда в центральной области звезды, где особенно «жарко» и может идти реакция синтеза гелия, нужный для

этого водород подходит к концу, звезда ощущает уменьшение внутреннего давления — покидающее ее излучение становится все слабее (реакция затухает), и вещество звезды, более не поддерживаемое этим давлением, начинает снова сжиматься в собственном гравитационном поле. Гравитационной потенциальной энергии с лихвой хватает для дальнейшего нагревания вещества, температура сердцевины звезды быстро растет и достигает нового критического рубежа — начинаются одна за другой новые реакции термоядерного синтеза, теперь уже из гелия формируются ядра углерода, кислорода и т. д. до железа — самого устойчивого в энергетическом отношении элемента периодической системы Менделеева. Заодно, конечно, возникают в алхимическом котле звезды и прочие элементы, которых не было в облаках первичного космического газа. Но ничто не вечно, и эти источники энергии тоже рано или поздно исчерпываются (тем раньше, чем была больше начальная масса звезды, ведь тогда энергичнее растет температура при гравитационном сжатии вещества). Наконец, если звезда не слишком массивна (верхний предел чуть выше массы Солнца), она вступает в спокойный «пенсионный» возраст, потихоньку сжимаясь при потухших термоядерных котлах. Это и есть состояние белого карлика.

В области плотностей, отвечающих белым карликам (интервал  $AB$  на графике рис. 16), поправки к теории Ньютона, даваемые ОТО, малы (порядка 0,01%). Но если масса звезды слишком велика, она «перемахнет» через максимум в точке  $B$ , и фаза белого карлика вступит в конфликт с состояниями, изображенными на графике. Что произойдет тогда? Звезда взорвется, энергия, высвобождаемая в ней при гравитационном сжатии вещества, создаст такое давление излучения, которое будут не в состоянии выдержать внешние слои вещества. Эти слои (возможно, с массой, намного превышающей массу нашего Солнца) будут отброшены с огромными скоростями в межзвездное пространство — произойдет вспышка сверхновой. Это катастрофическое событие перебросит звезды куда-то в область  $CD$  кривой  $I$ . Здесь звезда представляет собой также «мертвый» объект, в котором остановились реакции термоядерного синтеза и который медленно, но верно остывает. Вещество звезды теперь — это вырожденный нейтронный газ с ядерной плотностью, и мы говорим о нейтронной звезде. Такие звезды, существование которых было предсказано еще в 1930-х годах

в работах как Ландау, так Оппенгеймера и Волкова, — это пульсары, открытые в 1967 г. кембриджскими радиоастрономами по их специфическому, как бы имитирующему тиканье сверхточных часов радиоизлучению (см. об обнаружении с их помощью явления гравитационного излучения в разделе 3.1). Релятивистский гравитационный вклад в описание структуры звезд вблизи второго максимума (точки  $D$ ) намного больше, чем около точки  $B$ . В ОТО состояние неустойчивости наступает при центральной плотности  $\rho_c \approx 5 \cdot 10^{15}$  г/см<sup>3</sup> (в два раза меньшая плотность, чем для теории Ньютона). Снижается, кроме того, критическая масса нейтронной звезды в точке неустойчивости (от  $1,2 M_\odot$  в теории Ньютона до  $0,7 M_\odot$  в ОТО). Правда, оценка критической массы страдает почти стопроцентной неточностью из-за большой неопределенности уравнения состояния при сверхъядерных плотностях вещества. Однако исследования в этой области могут привести к разработке нового критерия правильности ОТО в ядерно-астрофизической области (наряду с известными критериями, основанными на красном смещении, отклонении лучей света, движении перигелия и пр.).

Конечно, для пульсаров характерны быстрое вращение вокруг оси и наличие сверхсильных магнитных полей ( $10^{11} \div 10^{13}$  Гс), однако здесь невозможно подробнее остановиться на этих интереснейших вопросах. Скажем лишь, что внешнее гравитационное поле вращающихся объектов хорошо описывается метрикой Керра (хотя и с меньшей достоверностью, чем поле сферически симметричных конфигураций метрикой Шварцшильда). Вращение несколько увеличивает величину критической массы пульсара. Однако в любом случае, если масса сверхплотной конфигурации становится больше некоторой критической массы (довольно скромной в единицах массы Солнца), звезда «переваливает» через второй горб кривой на рис. 16 (в точке  $D$ ) и, сжимаясь (коллапсируя), становится черной дырой.

Прежде чем начать говорить о черных дырах, отметим еще, что с 1965 г. астрофизиков волнует и другая большая проблема — анализ свойств релятивистских звездных скоплений. Теория этих объектов развита научными школами Я. Б. Зельдовича и К. Торна. Система большого числа тесно расположенных, но редко сталкивающихся между собой звезд называется звездным скоплением. В скоплении и практически невозможно, и методически нецелесообразно исследовать движение индивидуальных

звезд. Поэтому привлекают статистическое описание, опирающееся на введение функции распределения для звезд скопления. Расчеты удается существенно упростить, если основываться на функции распределения Больцмана. Это привело к теоретическому предсказанию равновесных (стационарных) конфигураций для релятивистских звездных скоплений, и на очереди определение областей устойчивости и неустойчивости этих конфигураций. Главная надежда астрофизиков здесь состоит в возможности объяснения взрывных явлений в ядрах некоторых галактик и квазаров, которые наблюдаются не так уж редко и отличаются необычайно катастрофическим характером.

**3.2.2. Черные дыры.** Итак, после точки  $D$  рис. 16 звезда вступает на путь необратимого коллапса, ведущего ее в состояние черной дыры, которую уже нельзя назвать состоянием звезды. В черной дыре теряется всякая информация о материале, из которого она «сделана»; в частности, поэтому к черным дырам, взятым по отдельности, приложимы такие понятия термодинамики, как температура и энтропия. Путь к пониманию явления черной дыры лежит через поле Шварцшильда, известное с 1916 г. Уже тогда можно было получить всю основную информацию о черных дырах, однако судьбе было угодно, чтобы даже само это понятие появилось в науке существенно позднее. Лишь в исследованиях Финкельштейна, Крускала, Новикова, Секереша в конце 1950-х и начале 1960-х годов наука подошла к пониманию их специфической структуры; тогда и пришел на смену выражению «застывшая» или «замороженная» звезда быстро завоевавший популярность термин «черная дыра». Существенный вклад в изучение свойств пространства-времени черных дыр и поведения физических полей в их окрестностях внесли Израэл и Уилер (знаменитая теорема о том, что «у черной дыры нет волос»).

Вся история работы с метрикой Шварцшильда является яркой иллюстрацией инерции человеческого мышления: сейчас трудно себе представить, что, уже зная эту метрику и владея всем необходимым математическим аппаратом, никто из исследователей (а среди них были и крупнейшие ученые!) не заметил специфических свойств пространства-времени Шварцшильда, характерных для черных дыр вообще. Подобная же история произошла и с открытием лазера (электромагнитного квантового генератора), когда в течение 40 лет на виду у всех «лежали» без соответствующего применения идеи вынужденного и

спонтанного излучения, сформулированные, как и идеи ОТО, также Эйнштейном. В новом мы прежде всего видим старое, и от нас ускользают те экстремальные ситуации, в которых сосредоточено существо новой теории или нового принципа (здесь логика и психология поиска примерно такая же, как при отыскании изображений в «загадочных картинках»).

Впрочем, найдя в «загадочной картинке» замаскированное изображение, мы нередко снова теряем его. Подобное случилось с предсказанием явления черной дыры, которое сделал в конце XVIII столетия знаменитый французский математик и физик Пьер-Симон Лаплас: он приравнял (для некоторого сверхмассивного тела) вторую космическую скорость скорости света. Читатель легко воспроизведет этот расчет и найдет минимальную скорость, при которой частица способна уйти с поверхности тела радиуса  $r_c$  и массы  $m$  на бесконечность. Приравняв ее скорости света, он получит

$$r_c = 2km/c^2, \quad (3.8)$$

а это и есть величина шварцшильдовского радиуса (см. раздел 2.2).

Конечно, такое предвидение в теории Ньютона не могло дать деталей и даже существа явления черной дыры. В теории Ньютона на частицу действует сила тяжести, тормозя движение. В теории Эйнштейна гравитационное взаимодействие осуществляется в отсутствие истинных сил (лишь относительно систем отсчета вводятся гравитационные силы), а свет в ОТО распространяется с одной и той же фундаментальной скоростью  $c$ . Но в физике существует фактор, более могучий, чем любая сила. Это принцип причинности. Он накладывает запреты, преодолеть которые вообще невозможно, не нарушив саму причинность (как невозможно вернуться в прошлое и что-то там переделать). Согласно релятивистскому принципу причинности любое следствие данной локализованной причины может реализоваться только внутри (в крайнем случае — на поверхности) светового конуса будущего с вершиной в мировой точке причины. Вы спросите: «Ну и что? Это же так естественно!» Однако в ОТО, где распределение и движение материи приводит к искривлению пространства-времени, световой конус может «наклониться» в каком-то предпочтительном направлении, и при достаточно сильном наклоне выход из некоторой области пространства становится запрещен. Неважно,

какими двигателями вы располагаете и какой у вас запас энергии, — все равно вы вообще не сможете выйти из области, «отгороженной» принципом причинности от остального мира. Оттуда к вам могут идти информация и материальные тела, и вы сами, возможно, пришли из «остального мира», но назад нет пути ничему вообще. Примером такой «отгороженной» причинностью области и является черная дыра. Странно ли это? Не более, чем запрет путешествий в прошлое, который нас почему-то не удивляет.

**3.2.3. Горизонт и эргосфера.** Теперь мы готовы к строгому определению самого важного для черной дыры понятия — горизонта. Так как горизонт по определению можно пересекать только в одну сторону, то световой конус будущего с вершиной в любом событии, лежащем на поверхности горизонта, должен «смотреть» только по одну сторону этой поверхности (туда, куда разрешено движение). Горизонт — это первая из семейства поверхностей, которую не пересекают световые конусы с вершинами на ней. Ясно, что каждый из таких конусов будущего должен одной из своих образующих касаться горизонта, а всеми остальными точками лежать лишь по одну сторону от него. Получающаяся поверхность называется изотропной (светоподобной). Читатель легко разберется сам в классификации гиперповерхностей: из них пространственноподобны те, вектор нормали которых временноподобен; временноподобны те гиперповерхности, вектор нормали которых пространственноподобен; наконец, вектор нормали изотропных гиперповерхностей сам изотропен. Замечательно, что изотропный вектор, который по определению ортогонален сам себе ( $n^\mu n^\nu g_{\mu\nu} = 0$ ), может быть ортогонален другому изотропному вектору лишь при условии пропорциональности (коллинеарности) ему. Читатель получит удовольствие, разбираясь в этой простой задачке. Итак, нормаль изотропной гиперповерхности одновременно является и касательным к этой же гиперповерхности вектором!

Гиперповерхность горизонта черной дыры, являясь изотропным трехмерным подпространством четырехмерного пространства-времени, представляет собой одновременно компактную или замкнутую поверхность с точки зрения трехмерного физического пространства. Уравнение гиперповерхности получается, если на точки пространства-времени наложить одно условие (тогда теряется одна из четырех степеней свободы, и остается три степени

свободы):  $f(x^0, x^1, x^2, x^3) = 0$ . Известно, что нормаль к гиперповерхности (или просто к поверхности) имеет в качестве компонент частные производные от функции  $f$ , выражающей наложенное нами условие, по соответствующим координатам:

$$n_\mu = \partial f / \partial x^\mu. \quad (3.9)$$

Требование изотропности вектора нормали имеет вид

$$n_\mu n_\nu g^{\mu\nu} = 0. \quad (3.10)$$

Как было сказано, горизонт должен быть компактен (иначе любой световой конус сам мог бы подойти под это определение). В каком смысле следует понимать такое утверждение? Строгое определение понятия компактности читатель может найти в любом курсе, касающемся топологических пространств, а здесь мы ограничимся полунтуитивной формулировкой. Под компактным пространством (компактом) понимается такое пространство, двигаясь в котором (не выходя за его рамки, т. е. перебирая последовательность его точек), нельзя уйти сколь угодно далеко. Замкнутая поверхность с гарантией представляет собой компакт. Что касается горизонта, то компактом по определению должно быть пересечение гиперповерхности горизонта с трехмерным физическим пространством, т. е. двумерная поверхность горизонта. Именно тогда горизонт черной дыры сможет действовать как «ловушечная поверхность» или «односторонняя мембрана». Может оказаться, что горизонт в той или иной задаче окажется относительным: для одного наблюдателя (одной системы отсчета) он существует, а для другого его нет (например, горизонт для равноускоренного наблюдателя). С другой стороны, горизонт может эволюционировать, даже возникать и исчезать (примером может служить процесс гравитационного коллапса, когда масса, большая некоторой критической, «уходит под свой гравитационный радиус», т. е. под возникающий в этом процессе горизонт).

Определим, пользуясь соотношением (3.10), горизонт для пространства-времени Керра. Предвосхищая результат и упрощая тем самым вычисления, предположим, что уравнением горизонта будет  $f(r) = 0$  (т. е. замкнутая поверхность, на которой координата  $x^1 = r$  постоянна; можно показать, что эта поверхность обладает свойствами сплюснутого эллипсоида вращения). Тогда из формулы (3.9) следует, что вектор нормали пропорционален

$\delta_{\mu}^{\nu}$ , а из (3.2.3) получим

$$\delta_{\mu}^1 \delta_{\nu}^1 g^{\mu\nu} = g^{11} = 1/g_{11} = -\frac{r^2 c^2 - 2kmr + a^2}{r^2 c^2 + a^2 \cos^2 \theta} = 0. \quad (3.11)$$

Отсюда видно, что положение горизонта определяется квадратным уравнением

$$c^2 r^2 - 2kmr + a^2 = 0, \quad (3.12)$$

имеющим, вообще говоря, два корня:

$$r_{\pm} = km/c^2 \pm \sqrt{(km/c^2)^2 - a^2/c^2}. \quad (3.13)$$

Реально проявляться эти корни могут, только если они действительны. Итак, следует рассмотреть три качественно разных случая:

$$km/c^2 > |a/c|, \quad (3.14a)$$

$$km/c^2 = |a/c| \quad (3.14б)$$

и

$$km/c^2 < |a/c|. \quad (3.14в)$$

В первом случае имеются два горизонта — внешний и внутренний (поверхность Коши). При  $a = 0$ , когда мы переходим к полю Шварцшильда, внешний горизонт превращается в уже обсуждавшийся нами в разделе 2.2, а внутренний сливается с центральной сингулярностью. При росте керровского параметра  $a$  (отношения момента импульса центрального тела к его массе) горизонты начинают сближаться и при выполнении условия (3.14б) сливаются друг с другом. Этот случай называется случаем предельной керровской черной дыры. Стоит параметру  $a$  еще хоть немного возрасти по абсолютной величине, и горизонты просто исчезают: мы имеем так называемую «голую сингулярность», не скрытую за горизонтом. Итак, мы нашли положения горизонтов для поля Керра и заодно проверили, что горизонт в пространстве-времени Шварцшильда удовлетворяет определению (3.10).

Однако еще до того, как, двигаясь снаружи, мы подойдем ко внешнему горизонту, нам встретится другая интересная поверхность, и именно та, на которой меняет знак  $00$ -компонента метрического тензора пространства-времени Керра:

$$g_{00} \equiv 1 - \frac{2kmr}{c^2 r^2 + a^2 \cos^2 \theta} = 0. \quad (3.15)$$

Здесь мы снова сталкиваемся с квадратным уравнением

для  $r$ , но теперь в него уже входит зависимость от  $\theta$ :

$$c^2 r^2 - 2kmr + a^2 \cos^2 \theta = 0. \quad (3.16)$$

Запишем решение этого уравнения:

$$\tilde{r}_{\pm} = km/c^2 \pm \sqrt{(km/c^2)^2 - (a/c)^2 \cos^2 \theta}. \quad (3.17)$$

Определяемая  $\tilde{r}_{\pm}$  внешняя из полученных двух поверхностей лежит выше поверхности внешнего горизонта, касаясь его на полюсах (при  $\theta = 0$  или  $\pi$ ) и обладая большей сплюснутостью. Уже вне внешнего горизонта и под этой поверхностью знак  $g_{00}$  становится отрицательным, так что координата  $x^0 = ct$  перестает там описывать время. Однако можно показать, что в этой области (между  $r_+$  и  $\tilde{r}_+$ ) еще можно в каждой точке по отдельности найти такую комбинацию прежних координат  $t$  и  $\phi$  (с постоянными коэффициентами, разными для разных точек), что снаружи и вплоть до выбранной точки такая комбинация может служить «хорошей» временной координатой  $x'^0$ , т. е. при переходе к ней получается компонента метрического тензора  $g'_{00}$ , положительная вплоть до этой точки. Так как компоненты метрического тензора продолжают оставаться не зависящими от нового «времени», можно сказать, что вплоть до внешнего горизонта метрика Керра стационарна, хотя между  $r_+$  и  $\tilde{r}_+$  эта стационарность становится всего лишь *локальной* (что ясно из сказанного выше). Так как величина гравитационного красного смещения для излучения, приходящего к удаленному наблюдателю из фиксированной (постоянные  $r$ ,  $\theta$  и  $\phi$ ) точки, определяется 00-компонентой метрического тензора (см. раздел 2.1), то поверхность  $r = \tilde{r}_+$  называется поверхностью бесконечного красного смещения (или пределом статичности). На этой поверхности никакой источник света, обладающий ненулевой массой покоя, вообще не может быть закреплен, так как ему пришлось бы двигаться для этого со скоростью света! Отсюда и название «предел статичности», а бесконечная величина красного смещения связана здесь не столько со свойствами гравитационного поля при  $r = \tilde{r}_+$ , сколько с бесконечно сильным эффектом Доплера для движущегося таким образом «источника».

Если взять частицу, вращающуюся вокруг центральной массы, то ее можно считать (при некоторой угловой скорости вращения) покоящейся в новой системе с координатой  $x'^0$ , равной уже обсуждавшейся выше комбинации  $t$  и  $\phi$ . Для света, испускаемого такой частицей, красное

смещение с точки зрения удаленного наблюдателя будет конечным. Но это возможно только вне внешнего горизонта, на котором мы окончательно теряем возможность посылать сигналы на бесконечность (и вообще наружу), точно так же, как это было для поля Шварцшильда (см. раздел 2.2).

Область между горизонтом и поверхностью бесконечного красного смещения (она имеет ненулевой объем только для пространства-времени Керра) называется эргосферой. Специфика эргосферы состоит в том, что в ней могут осуществляться физические процессы, сопровождающиеся изъятием энергии у центрального тела — вращающейся черной дыры. Дело в том, что в эргосфере могут реализовываться состояния частиц со сколь угодно большой (по модулю), но отрицательной полной энергией — нужно только придать этим частицам соответственно направленный импульс. Тогда, запуская снаружи в эргосферу составное тело и разделяя его на части в эргосфере, можно придать одной части большую отрицательную, а другой — соответственно положительную энергию. Первая часть пусть поглощается горизонтом черной дыры (и дыра поэтому теряет энергию), вторая же пусть вылетает обратно из эргосферы, и мы можем использовать этот выигрыш в энергии. Главное, однако, в том, что при этом черная дыра должна потерять и часть своего момента импульса — замедлить вращение. При повторении такой процедуры на некотором этапе (пока энергия черной дыры еще не исчерпалась) ее момент обратится в нуль, и область эргосферы пропадет, а с нею и возможность «обогащаться» за счет черной дыры.

Кроме шварцшильдовской (невращающейся) и керровской (вращающейся) черных дыр, не имеющих электрического заряда, известны точные решения уравнений Эйнштейна в присутствии электромагнитного поля, когда источник обладает электрическим зарядом. При наличии вращения это приводит к появлению наряду с электрическим еще и дипольного магнитного поля. Эти решения — метрики Райсснера—Нордстрёма и Керра—Ньюмена. Первая из них очень похожа на метрику Шварцшильда, но характеризуется двумя параметрами — массой  $m$  и зарядом  $q$ . Для черной дыры Керра—Ньюмена к ним еще добавляется керровский параметр  $a$ . Обычно космические объекты лишены заметного заряда, так как он быстро нейтрализуется, рассеиваясь в космическом пространстве или привлекая из межзвездного газа и пыли заряды

противоположного знака. Поэтому черные дыры Райсснера — Нордстрёма и Керра—Ньюмена представляют в основном теоретический интерес, но для теории они очень важны. Во-первых, перечисленные четыре типа черных дыр исчерпывают возможные классы сколлапсировавших массивных объектов согласно теореме Израэля—Уилера («черная дыра не имеет волос»). Во-вторых, метрика Райсснера—Нордстрёма проще, чем метрика Керра, но по своим физическим и геометрическим свойствам очень похожа на нее. Мы увидим это ниже, рассматривая диаграммы Пенроуза. Кроме того, эта метрика позволяет вскрыть интересное свойство гравитации, ускользавшее до сих пор от нашего внимания, — способность не только притягивать, но и отталкивать электрически нейтральные частицы.!

Метрику Райсснера—Нордстрёма легко «вывести» таким же способом, как и метрику Шварцшильда. Разница состоит в том, что вместо ньютоновского потенциала точечной массы нужно взять решение уравнения Пуассона для распределенного источника:

$$\Delta\varphi_N = 4\pi k\rho_m. \quad (3.18)$$

Точечная масса в начале координат, конечно, остается и дает прежний потенциал ( $-km/r$ , см. раздел 2.2), а электростатический источник преподносит сюрприз. Обычно в теории Ньютона величина  $\rho_m$  в правой части уравнения (3.18) трактуется как плотность массы (или энергии, если привлечь принцип эквивалентности массы и энергии специальной теории относительности). Но так было бы лишь для нерелятивистской материи, а электромагнитное поле, даже электростатическое при всей кажущейся своей неподвижности, всегда является релятивистским! Можно строго доказать, что для него роль  $\rho_m c^2$  играет удвоенная величина плотности энергии:

$$\Delta\varphi_N = 8\pi k w_l / c^2. \quad (3.19)$$

Такое удвоение вообще характерно для ультрарелятивистских объектов: вспомним хотя бы, что свет в ОТО отклоняется гравитационным полем ровно вдвое сильнее, чем в нерелятивистской динамике Ньютона. Известно, что плотность энергии электростатического поля Кулона (с напряженностью  $E = q/r^2$ ) равна

$$w_l = q^2/8\pi r^4, \quad (3.20)$$

а оператор Лапласа  $\Delta$  в сферически симметричном случае (когда потенциал  $\varphi_N$  не зависит от углов) имеет вид

$$\Delta\varphi_N = \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} (r\varphi_N). \quad (3.21)$$

Учитывая это, получим в качестве полного решения уравнения (3.19) ньютоновский потенциал

$$\varphi_N = -km/r + kq^2/2c^2r^2, \quad (3.22)$$

который входит в 00-компоненту метрического тензора следующим образом:

$$g_{00} = 1 + 2\varphi_N/c^2 = 1 - 2km/c^2r + kq^2/c^4r^2. \quad (3.23)$$

Поэтому, постуая точно так же, как в разделе 2.2, окончательно получим поле Райсснера—Нордстрёма в виде

$$ds^2 = (1 - 2km/c^2r + kq^2/c^4r^2)c^2dt^2 - (1 - 2km/c^2r + kq^2/c^4r^2)^{-1}dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (3.24)$$

Можно проверить, что это точное решение совместной системы уравнений Эйнштейна (с тензором энергии-импульса электромагнитного поля в правой части) и вакуумных (однородных) уравнений Максвелла с электрической напряженностью  $E$ , приведенной выше.

Обсудим смысл полученного результата. Рассуждая, как и в случае поля Керра, читатель легко придет к заключению, что в пространстве-времени Райсснера—Нордстрёма имеется два горизонта (внешний и внутренний), причем поверхность бесконечного красного смещения здесь совпадает с внешним горизонтом, так что эргосфера отсутствует. Если ньютоновский потенциал (3.22) записать в виде

$$\varphi_N = -\frac{k}{r} (m - q^2/2c^2r), \quad (3.25)$$

то выражение в скобках можно истолковать как массу, заключенную внутри сферы радиуса  $r$  (полная масса системы получается при стремлении  $r \rightarrow \infty$ ). Это так, потому что для сферически симметричного распределения массы поле в точке с любым значением  $r$  определяется суммарной массой, заключенной внутри сферы данного радиуса  $r$ , и совпадает с полем такой массы, если ее собрать в центре. Значит, масса, содержащаяся внутри сферы радиуса  $r$ , будет меньше, чем  $m$ , причем сфера радиуса  $r_0 = q^2/2mc^2$  с центром в начале координат содержит пол-

ную массу, равную нулю, а внутри сфер с еще меньшими радиусами полные массы становятся отрицательными и стремятся по абсолютной величине к бесконечности, когда  $r \rightarrow 0$ . Полная положительная масса всей системы (т. е.  $m$ ) складывается, таким образом, из бесконечной отрицательной массы, сосредоточенной в центре, и бесконечной же, но положительной массы электростатического поля, окружающего этот центр. Поэтому следует ожидать, что электрически нейтральное тело (пробная частица) при падении на центр Райсснера—Нордстрёма должна сначала притягиваться, а потом (когда она опустится ниже  $r = r_0$ ) отталкиваться.

Это заключение в точности подтверждается строгим решением уравнения геодезической для радиального падения в поле Райсснера—Нордстрёма. Частица, падающая с любой начальной скоростью, неминуемо останавливается под действием отталкивания со стороны бесконечно большой отрицательной массы, сосредоточенной в центре, а затем отбрасывается назад. Если движение началось из состояния покоя на конечном значении  $r_1$ , то в силу закона сохранения энергии частица снова остановится при этом же  $r_1$ , начнет снова падать, и такое колебательное движение будет повторяться неограниченно долго. Простой расчет показывает, что период этого колебательного движения будет несоизмеримо разным с точки зрения часов удаленного наблюдателя и времени самой частицы (пусть с нею вместе падают миниатюрные часы), если  $km \geq \sqrt{k} |q|$  (т. е. в случае действительных корней  $r_{\pm}$ , определяющих горизонты). Часы, падающие вместе с частицей, отмечают ход собственного времени частицы (интеграл  $\int ds$  вдоль ее мировой линии) и дают конечную величину периода, зависящую от начальной энергии частицы, а часы удаленного наблюдателя (да и вообще любого наблюдателя, покоящегося где угодно вне внешнего горизонта) покажут бесконечно большую величину периода. Иначе говоря, по часам внешнего наблюдателя частице требуется бесконечное время, чтобы только дойти до горизонта (как это обычно бывает для всех черных дыр). Лишь в случае  $km < \sqrt{k} |q|$  оба измерения дают конечные значения периода колебаний. Но вернемся к случаю  $km \geq \sqrt{k} |q|$ . Отброшенная бесконечной отрицательной массой, «притаившейся» в начале координат, частица выйдет снова из-под внешнего горизонта событий спустя бесконечно большое (что вовсе

не одно и то же, что «очень большое!») время после того, как она проходила «здесь же» на своем пути вниз. Иначе говоря, она выйдет, как выражаются геометры, «на другой лист» пространства-времени, в другую вселенную (так как в пространстве-времени Райсснера—Нордстрёма, как и Керра, вселенных бесконечно много, мы уже не вправе писать слово «вселенная» с большой буквы). Так радикально приходится перестраивать свои представления о мире, едва-едва соприкоснувшись с общей теорией относительности Эйнштейна!

### 3.2.4. Диаграммы Пенроуза.

Чтобы лучше представить себе геометрию миров Шварцшильда, Керра и Райсснера—Нордстрёма, удобно обратиться к диаграммам Пенроуза, на которых все бесконечное пространство-время изображается на конечной области чертежа. При этом мы зафиксируем угловые координаты  $\theta$  и  $\phi$ , чтобы ограничиться двумерной картиной. Будем изображать лишь координаты  $t$  и  $r$  или какие-то более удобные их комбинации. Английский гравитационист и математик Роджер Пенроуз предложил использовать метод конформного отображения (умножения  $ds^2$  на соответственно подобранную функцию координат) для того, чтобы отобразить бесконечную область изменения реальных координат  $t$  и  $r$  на конечную область. Так как отсюда всегда можно вернуться к описанию мира с помощью физически осмысленных координат (информация при таких преобразованиях не теряется), то этот метод вполне законен. Тогда пространство-время Минковского специальной теории относительности описывается треугольником (см. рис. 17),

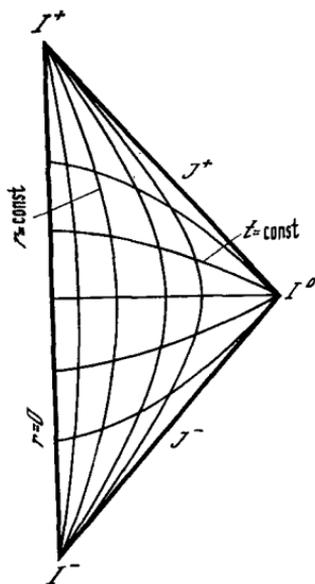


Рис. 17

вертикальная сторона которого (слева) представляет собой место точек с координатой  $r = 0$  во все моменты времени, нижняя вершина — бесконечно удаленное прошлое всех пространственных точек (что связано с конформным сжатием изображения), верхняя вершина — бесконечно удаленное будущее этих же точек, вершина справа представляет пространственную бесконечность во все конеч-

ные моменты времени (сжатые в одну «точку» опять-таки ввиду конформного преобразования). Наклонные стороны треугольника — это «изотропные бесконечности» соответственно прошлого (внизу) и будущего (вверху). Изотропны они в том смысле, что изображают бесконечно удаленную область пространства-времени, откуда (изотропная бесконечность прошлого) и куда (изотропная бесконечность будущего) может идти свет, проходящий через конечные точки пространства во все моменты времени. Развита подробная теория такого отображения, и приведенная здесь его характеристика по необходимости крайне неполна, но достаточна для того, чтобы можно было составить наглядное представление о рассматриваемых гравитационных полях.

Конформное преобразование обладает важным свойством: сжимая или растягивая (по-разному в зависимости от положения точки пространства-времени) отрезки, оно не меняет свойств изотропных линий (в частности, изотропные геодезические исходной метрики остаются изотропными геодезическими для конформно преобразованной метрики). Поэтому изотропные линии на конформно преобразованном (и потому помещаемом на конечной площади чертежа) графике всего пространства-времени наклонены на  $45^\circ$  к горизонтали.

Вернемся к полю Шварцшильда (раздел 2.2). Мы видели, что фиксированная в пространстве точка горизонта при своем «путешествии» во времени описывается изотропной линией; значит, на диаграмме Пенроуза она должна иметь наклон  $45^\circ$  (это касается горизонта и для всех других гравитационных полей, если он там существует). Наклон, но в какую сторону? Оказывается, и в ту и в другую, как это изображено на рис. 18. В разделе 2.2 мы уже отмечали, что на линии  $r = 2km/c^2$  обычные координаты для поля Шварцшильда становятся недопустимыми, и нет ничего удивительного в том, что при переходе к допустимым координатам, которые используются на диаграмме Пенроуза, «одна» линия  $r = 2km/c^2$  превращается в две, к тому же взаимно пересекающиеся. Фиксированная в пространстве материальная точка вне горизонта, ваятая во все моменты времени, изображается линией, наклоненной к вертикали менее чем на  $45^\circ$ , — эта линия действительно временноподобна. Точка же с  $r = \text{const}$  внутри горизонта (при  $r < 2km/c^2$ ) на самом деле будет фиксированной не в пространстве, а в лучшем случае во времени. Дело в том, что знаки у  $g_{00}$  и  $g_{rr}$  под

горизонтом противоположны тем, какие были вне горизонта, и теперь координата  $t$  стала пространственной, а  $r$  — временной. Действительно, при  $r < 2km/c^2$  мировая линия  $r = \text{const}$  дает  $ds^2 < 0$ : это пространственно-подобная линия. Тем более это относится к точке  $r = 0$ , где имеет место истинная сингулярность пространства-времени Шварцшильда (ср. раздел 2.2). Поэтому сингулярность  $r = 0$  на диаграмме Пенроуза (см. рис. 18)

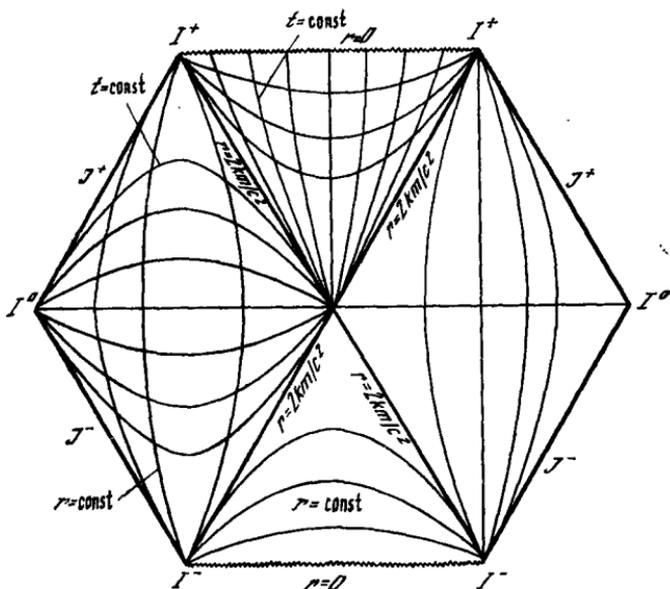


Рис. 18

стала строго горизонтальной, но таких линий должно быть две — внизу и вверху. Итак, начало координат, бывшее регулярным в мире Минковского (вертикальная сторона треугольника на диаграмме рис. 17), становясь линией сингулярности в мире Шварцшильда, разрывается на две части и превращается в горизонтальные линии. Мир как бы делится на два, соединенных друг с другом горизонтами. И справа, и слева имеются бесконечно удаленные прошлые и будущие (с непривычки странно употреблять эти существительные во множественном числе!), имеются две пространственные бесконечности и две пары изотропных бесконечностей (прошлого и будущего).

Так как на диаграммах Пенроуза световой конус с вершиной в любой точке изображается косым крестом

с наклоном  $45^\circ$ , пересекающимися в этой точке, то ясно, что при подходе к горизонту со стороны прошлого (т. е. снизу на диаграмме) все возможные мировые линии, не пересекающие горизонт, лежат лишь в узкой полосе между одной из образующих конуса и линией горизонта, и эта полоса суживается до нуля при приближении вершины конуса к горизонту. Поэтому становится все труднее избежать попадания под горизонт, когда частица подходит к нему, а если это и удастся, то выйти в достаточно удаленную от горизонта область пространства можно лишь спустя очень большой промежуток времени (при стремлении начальной точки к горизонту этот промежуток стремится к бесконечности). Все это вместе с абсолютной невозможностью выйти из-под горизонта полностью оправдывает название *черной дыры*. Пусть читателя, однако, не смущает тот факт, что область «под» горизонтом черной дыры — это область в треугольнике *выше* линий горизонта и ниже сингулярности на диаграмме Пенроуза для поля Шварцшильда (см. рис. 18). Нижний треугольник, образованный линиями горизонта и нижней сингулярности, — это *белая дыра*, откуда можно только выходить, но куда нельзя попасть из внешней вселенной (все равно, левой или правой). При этом из-под горизонта белой дыры можно выходить по выбору в любую из этих двух вселенных, а из каждой из них можно попасть в черную дыру (если двигаться соответствующим образом). Итак, белая дыра — место расставаний, а черная дыра — место встреч, причем, так как расставание отличается от встречи лишь по отношению к направлению хода времени, черная и белая дыры меняются местами при инверсии времени.

Однако это всего лишь «цветочки», а «ягодки» будут в мирах Райсснера—Нордстрёма и Керра. Обратимся к Райсснеру—Нордстрёму, это пространство-время немного попроще. Пусть пока рассматривается случай двух несовпадающих горизонтов, т. е.  $m\sqrt{k} > q$ . Сингулярность  $r = 0$  теперь не пространственноподобна, как это было у Шварцшильда, а временноподобна (как несингулярное начало координат в мире Минковского), тогда как все горизонты — и внешний, и внутренний — изотропны и должны изображаться линиями, наклоненными под углом  $45^\circ$ . Получается диаграмма Пенроуза (рис. 19), а читателю предлагается подумать и решить, почему здесь уже не два мира с полными наборами бесконечностей, а две бесконечных последовательности таких все-

ленных — по одной последовательности слева и справа. Отметим лишь, что «традиция» разрывать линию  $r = 0$  и менять ее направление на прямой угол, начатая переходом к полю Шварцшильда, здесь продолжена: фрагмент диаграммы Пенроуза, приведенный на рис. 19, изображает очередную ломку при переходе от Шварцшильда к Райсснеру — Нордстрёму. Наконец, на полной диаграмме рис. 19 нетрудно представить колебательное движение пробной частицы, о котором говорилось немного раньше (при обсуждении отталкивательного действия райсснер-нордстрёмовского центра), и теперь становится совершенно естественным сделанное тогда высказывание о переходе мировой линии частицы с одного листа пространства-времени на другой, а затем — на третий и последующие.

Обратимся к пространству-времени Керра. При  $\theta = \text{const}$  оно отличается от пространства-времени Райсснера — Нордстрёма «немногим»: наличием эргосферы (что существенно не отражается на диаграмме Пенроуза), кольцевой природой сингулярности (см. раздел 2.6; мы сейчас вернемся к этой теме) и существованием «отрицательного пространства» (разрешен вход в область, где  $r < 0$ ). Два последних обстоятельства связаны с тем, что условие  $r = 0$  определяет не точку (как это было в случае сферических координат), а диск конечного радиуса  $a$ , лежащий в плоскости  $z = 0$ . Это связано с эллипсоидальным характером координат для метрики Керра, которые можно выразить через обычные декартовы координаты  $(x, y, z)$  соотношениями

$$x^2 + y^2 = (r^2 + a^2/c^2) \sin^2 \theta, \quad z = r \cos \theta. \quad (3.26)$$

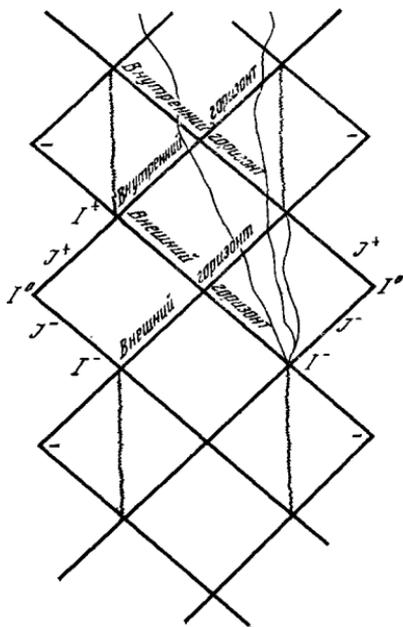


Рис. 19

Вспоминая вид метрики Керра (2.48), мы видим, что сингулярность (аналогичная шварцшильдовской сингулярности при  $r = 0$ ) имеет здесь место при  $c^2 r^2 + a^2 \cos^2 \theta = 0$ , т. е., если  $a \neq 0$ , при одновременном обращении  $r$  в нуль, а  $\theta$  — в  $\pi/2$  (экваториальная плоскость). При других значениях угла  $\theta$  стремление  $r$  к нулю не приводит к сингулярности, и можно свободно миновать  $r = 0$ , выходя в область отрицательных  $r$  («отрицательное пространство»), где, впрочем, действуют «силы» отталкивания, стремящиеся выбросить пробные частицы обратно. Соответствующая диаграмма Пенроуза изображена на рис. 19. Сингулярность для  $r = 0$  достигается лишь при одном-единственном значении угла  $\theta = \pi/2$ ; она изображена зубчатой линией (в случае поля Райсснера—Нордстрёма эта сингулярность встречается при подходе к  $r = 0$  со всех сторон, а не только на «экваторе», и для этого поля за зубчатой линией уже нет пространства-времени). Если в пространстве-времени Керра подходить к  $r = 0$  при  $\theta \neq \pi/2$ , то можно проникнуть в отрицательное пространство за зубчатой линией, на границах которого расположены отрицательные бесконечности, аналогичные обычным. В остальном диаграмма Пенроуза для пространства-времени Керра не отличается от диаграммы для пространства-времени Райсснера—Нордстрёма.

**3.2.5. Эволюция черных дыр.** Как же образуются черные дыры, каков их «образ жизни» и как они умирают? Мы коснемся этих проблем очень бегло, тем более, что существует обширная литература по этому предмету (как специальная, так и популярная), принадлежащая к тому же перу специалистов, много сделавших для построения теории черных дыр. Коротко говоря, черные дыры могут возникать в процессе гравитационного коллапса, когда происходит сжатие слишком массивного тела до размеров, приближающихся к величине гравитационного радиуса соответствующей массы. Этому сжатию противостоит давление вещества и излучения внутри тела; давление обусловлено как тепловым движением частиц, так и отталкивательным взаимодействием порождаемых ими полей. Тепловое движение затухает по мере того, как тело остывает, испуская излучение в окружающее пространство (которое должно быть достаточно холодным, т. е. содержать излучение более низкой температуры). Решающую роль во взаимном отталкивании частиц тела на критическом этапе играет не просто

сила взаимодействия, а квантовый принцип исключения Паули. Этот принцип управляет поведением частиц полуцелого спина (подчиняющихся статистике Ферми — Дирака) и гласит, что в одном и том же состоянии не может находиться более одной такой частицы. В конечном итоге это приводит к невозможности совместить эти частицы в пространстве, что проявляется как эффективное отталкивание. Частицами полуцелого спина являются, в частности, электроны и нуклоны (протоны и нейтроны). Последними капитулируют перед гравитацией (в облике принципа причинности) нейтроны — самыми плотными объектами в космосе, как думают сейчас, являются нейтронные звезды (пульсары), которые могут содержать в своей сердцевине и более массивные состояния нуклонов — гипероны. Если добавить к рядовой нейтронной звезде с массой порядка солнечной и радиусом около 10 км еще около трех таких масс, то полученная конструкция, сдавливая сама себя, превзойдет свой «предел прочности» и сколлапсирует. Читатель может прикинуть, например, когда гравитационный радиус такого объекта превзойдет его геометрический радиус: дело в том, что гравитационный радиус растет пропорционально первой степени массы тела, а геометрический — как та же масса в степени  $1/3$  (если в грубом приближении предположить, что плотность остается постоянной, а понятие радиуса не меняет своего смысла в сильных гравитационных полях). Обе кривые рано или поздно пересекутся, что и будет означать гравитационный коллапс системы.

Так возникает одинокая черная дыра — без сопутствующей ей белой дыры, которая должна была бы существовать одновременно с черной, если бы речь шла о «вечной дыре» Шварцшильда или Керра. Такой процесс коллапса завершается в очень короткие сроки, если считать по часам участвующих в коллапсе частиц, и не завершается никогда по часам удаленного наблюдателя. Однако и такой наблюдатель очень скоро (по своим часам) обнаружит, что коллапсирующий объект «застыл», практически превратившись в черную дыру.

Итак, пусть у нас имеется черная дыра того или иного происхождения. Как она будет вести себя? Конечно, она может заглатывать «зазевавшиеся» объекты, если те слишком близко к ней подойдут (в том числе и свет). Это будет приводить к росту ее массы. Однако существует возможность и обратного процесса — «испарения»

черной дыры, хотя ее горизонт ничего не должен выпускать наружу. Такое испарение представляет собой, по существу, квантовый процесс, происходящий, однако, с объектами отнюдь не микроскопической массы. Согласно квантовой теории черные дыры любых масс в принципе должны излучать. Однако, находясь в реальной Вселенной, они как бы погружены в термостат с отличной от нуля средней температурой  $T$  (роль такого термостата играет реликтовое электромагнитное излучение,  $T = 2,7$  К). В зависимости от того, будет температура излучения черной дыры выше или ниже температуры этого термостата, дыра будет либо «таять», либо расти (по своей энергии, т. е. массе) ввиду динамического процесса одновременного излучения и поглощения. Конечно, не всякое излучение можно характеризовать температурой, но, оказывается, и реликтовое излучение (см. п. 3.2.6), и излучение черных дыр подчиняются законам излучения черного тела, играющим важную роль в термодинамике и определяемым температурой. Чем выше частота максимума спектра излучения (распределения энергии излучения по частотам), тем выше температура излучения, которая обычно приписывается его источнику. Поэтому можно говорить о температуре черной дыры.

Попробуем качественно оценить эту температуру. Для этого сначала попытаемся понять, почему черная дыра вообще способна излучать, несмотря на свой горизонт (т. е. как бы в нарушение принципа причинности). Заметим, что чернотельное излучение — процесс совершенно хаотический, не передающий никакой информации (кроме, разве что, указания на температуру своего источника, но, как мы увидим ниже, такая «информация» все равно доступна наблюдателю вне черной дыры). Поэтому наличие чернотельного излучения, испускаемого черной дырой, не вступает в конфликт с принципом причинности в его общем виде. Каков же механизм этого излучения? В сильных полях (как гравитационных, так и электромагнитных) происходит рождение частиц (например, электрон-позитронных пар) в результате передачи энергии поля квантовому вакууму, в котором и так присутствуют эти частицы в виртуальном состоянии, не реализуясь из-за нехватки энергии. Допустим, что поле достаточно сильно, чтобы электрон-позитронная пара реализовалась. Как правило, она тут же аннигилирует с появлением хотя бы одного фотона (процесс рассматри-

вается во внешнем поле черной дыры). Если это произошло вне горизонта, то фотон может навсегда уйти от черной дыры, унося с собой часть энергии ее гравитационного поля (а значит, и массы самой черной дыры). Это и есть искомое излучение.

Когда оно будет происходить более интенсивно, т. е. когда температура черной дыры будет выше? Очевидно, когда гравитационное поле будет сильнее вне горизонта, откуда способен уйти на бесконечность фотон излучения. В теории Ньютона величина гравитационного поля характеризуется напряженностью, равной (с точностью до знака) градиенту потенциала. Продифференцировав ньютоновский потенциал, получим абсолютную величину гравитационной напряженности  $km/r^2$ . На горизонте (где  $r = 2km/c^2$ ) напряженность принимает значение  $c^4/(4km)^{-1}$ , т. е. она обратно пропорциональна массе черной дыры. Это естественно: чем меньше масса дыры, тем ближе к началу координат находится горизонт, т. е. он сдвигается туда, где резче меняется потенциал, и поле на горизонте оказывается тем сильнее, чем меньше черная дыра. Больше при этом будет и ее температура: температура черной дыры обратно пропорциональна ее массе. Строгая теория приводит к соотношению

$$T_{ч.д} = \alpha/m, \quad \alpha = \hbar c^3/4Kk, \quad (3.27)$$

где  $\hbar$  — постоянная Планка,  $c$  — скорость света,  $K$  — постоянная Больцмана и  $k$  — гравитационная постоянная Ньютона. Если подставить значения мировых констант, получим (для выражения температуры в градусах абсолютной шкалы Кельвина и массы в граммах)  $\alpha = 0,77 \cdot 10^{27}$ . Значит, черная дыра с массой 1 г обладает чудовищно высокой температурой. Температуре реликтового излучения 2,7 К отвечает масса черной дыры около  $4 \cdot 10^{26}$  г (где-то между массой Луны,  $7,35 \cdot 10^{25}$  г, и массой Земли,  $6 \cdot 10^{27}$  г). Однако и более легкие, а потому горячие и испаряющиеся черные дыры имеют шансы прожить достаточно долго: если рассчитать время полного испарения черной дыры с массой  $10^{15}$  г, оно окажется равным всему времени жизни Вселенной. Конечно, в более ранние времена реликтовое излучение было горячее, и на каком-то этапе черные дыры с подобными массами должны были расти, а не испаряться, что повышает шансы выжить для черных дыр, образовавшихся на ранних этапах расширения Вселенной (а тем более — для «вечных» черных дыр). Конец черной дыры—

катастрофически быстрое испарение, когда она достигает предельно высокой температуры. При этом ее полная энергия ( $mc^2$ ) оказывается не столь уж большой, так как основная часть массы уже испарилась, и ее не хватает на образование слишком большого числа всевозможных частиц, какие могли бы возникнуть при столь высоких температурах. На вспышку рентгеновского излучения ее все же хватит.

Сейчас мы еще не можем указать на бесспорные факты наблюдения черных дыр, хотя уже давно обсуждаются кандидаты на эту «должность». Таковы, например, рентгеновский источник Лебедь X-I в созвездии Лебедя и таинственный объект в центре нашей Галактики. Рентгеновское и гамма-излучение от этих объектов связаны совсем не с испарением черных дыр, а с релятивистскими процессами в их окрестностях. Дело в том, что на черные дыры должно интенсивно падать вещество из их окрестностей, особенно если эти черные дыры входят в кратные системы звезд или в скопления. Тогда с помощью приливного механизма они перетягивают к себе газообразное вещество соседей, причем, наблюдая свойства такой системы, можно сделать заключение о массе объекта, подозреваемого в качестве черной дыры. Если его масса достаточно велика, а сам объект не виден как гигантская звезда, самостоятельно излучающая свет, то это, с большой вероятностью, черная дыра, ибо объекты с массами более 3—5 масс Солнца должны в конце своей быстрой эволюции коллапсировать, либо давая черную дыру, либо взрываясь в виде сверхновой и теряя избыток массы. Объект в центре Галактики, видимо, обладает чудовищно большой массой, в миллионы раз превышающей солнечную, причем он по своим линейным размерам очень мал (менее  $10^{18}$  см, т. е. одного светового года), а скорее всего, на порядки меньше; эти размеры определялись по умноженному на скорость света времени, в течение которого существенно изменяется излучение источника: это верхний предел, накладываемый соображениями причинности).

Справедливости ради нужно отметить, что нередко высказываются сомнения в реальном существовании черных дыр. Пока они не обнаружены в ходе надежно проведенных наблюдений, не может быть гарантии, что какие-нибудь общие (и очень важные) принципы физики, которых мы еще не знаем, запрещают их существование, подобно тому как принципы квантовой физики запре-

тили электромагнитный коллапс электронов атома на ядро. Однако не следует думать, что наука может так уж безболезненно отказаться от предсказываемых ею явлений. Следует ясно понимать, что структура научной теории является по самой своей природе жесткой и не поддается произвольному варьированию. Иначе это не было бы наукой, и ее выводы не имели бы ценности. Истинно научная теория, столкнувшись с несовместимыми с нею фактами (хотя бы с одним, но строго установленным), не может быть лишь «немного» подправлена, чтобы прийти с ними в соответствие; она должна быть радикально изменена. Это не значит, что данная теория неверна: просто мы вышли за рамки применимости старой теории, и для практического применения в прежних рамках она остается по-прежнему пригодной. Однако, если обнаружены строгие границы теории, мы тем самым приходим к более глубокому ее пониманию, ибо приходящая на смену старой новая теория одновременно раскрывает ее смысл еще глубже и под новым углом зрения. Таким образом, исследование феномена черной дыры, как и всякой другой экстремальной ситуации в науке, приобретает исключительную актуальность и ценность. В этом направлении настойчиво ведутся интенсивные исследования как в чистой теории (на стыке классической ОТО и квантовой теории поля), так и в релятивистской астрофизике, включая большую программу наземных и космических наблюдений. Можно надеяться, что в ближайшее десятилетие будут получены решающие доводы в пользу существования или отсутствия черных дыр в природе.

**3.2.6. Эволюция фридмановской вселенной.** Мы уже знаем (раздел 2.10), что наша Вселенная расширяется и что она хорошо описывается на данном этапе фридмановской моделью, близкой к промежуточной (в которой 3-пространство, сопутствующее веществу, плоское). Интересно проследить возможные варианты эволюции Вселенной в прошлом и будущем; что касается прошлого, то до некоторого (довольно раннего) этапа фридмановская модель несомненно применима, но в более ранние времена, конечно, следует учитывать квантовые эффекты. Последние тенденции теоретического исследования этих ранних этапов показывают плодотворность учета тонких эффектов теории элементарных частиц, особенно теории Великого объединения, согласно которой эти этапы эволюции Вселенной подразделяются соответствен-

но последовательно происходящему спонтанному нарушению симметрии. Так, по-видимому, формируется наблюдаемая ныне структура пространства-времени и внутренних степеней свободы элементарных частиц, хотя, конечно, теория еще должна сама претерпеть сложную эволюцию. Поэтому мы начнем изложение с той поры, когда уже вступила в действие фридмановская модель (более подробное изложение см. в [50—55]).

Можно показать, что плотность обычного вещества и плотность излучения в этой модели (на основании первого начала термодинамики и уравнений, описывающих как гравитационное поле, так и состояние материи) поразному зависят от масштабного фактора (радиуса): для вещества как  $R^{-3}$ , а для излучения — как  $R^{-4}$ , так что вначале (при достаточно малых  $R$ ) доминирует излучение,  $\rho_r \gg \rho_m$ , тогда как теперь его роль пренебрежимо мала. Грубо говоря, излучение в ходе расширения Вселенной на некотором этапе практически перестает взаимодействовать с веществом (Вселенная становится прозрачной) и расширяется, подобно газу, адиабатически. В результате его энергия (плотность массы) монотонно убывает. Еще в 1948 г. *Георгий Антонович Гамов* (1904—1968), анализируя такую возможность, заложил основы теории Большого взрыва в космологии, а в 1956 г. на основе этой теории он оценил величину современной плотности излучения  $\rho_r$ , соответствующую температуре чернотельного излучения 6 К. Это предсказание было почти забыто, когда в 1965 г. А. Пензиас и Р. Уилсон, проводя чисто технические измерения на длине волны 7,4 см, обнаружили необъяснимое шумовое излучение с температурой около 3 К. Группа теоретиков во главе с Р. Дикке тут же истолковала этот результат как эффект «горячей Вселенной», т. е. подтверждение идеи Г. А. Гамова. Незадолго до опубликования измерений А. Пензиаса и Р. Уилсона теорию Гамова уточнили А. Г. Дорошкевич и И. Д. Новиков (1964), которые пришли уже к температуре около 3 К! Согласно современным данным температура реликтового космологического (фоновое) излучения равна 2,7 К; это излучение с высокой степенью точности изотропно, а его наблюдаемая небольшая анизотропия вызывается движением Земли (вместе с Солнечной системой) относительно той усредненной системы отсчета, которая сопутствует веществу во фридмановской космологической модели. Иногда раздаются голоса, утверждающие, что факт экспериментального обнаружения

этой привилегированной системы отсчета противоречит принципу относительности и подтверждает концепцию доэйнштейновского мирового эфира. Это, конечно, вопиющая нелепость, и мы предлагаем читателю самому четко сформулировать отповедь подобным «толкователям» космологии.

При довольно общих предположениях можно показать, что в эпоху преобладания излучения справедливо уравнение

$$T \cdot R(t) = \text{const}, \quad (3.28)$$

откуда видно, что для начальных стадий расширения Вселенной характерна высокая температура. Вспоминая указанную выше зависимость плотности излучения (а тогда было существенно лишь оно) от масштабного фактора, мы видим, что при  $t \rightarrow 0$  будет  $\rho \rightarrow \infty$ . Поэтому будем говорить об эволюции Вселенной, начиная с некоторого момента  $t_{\text{кв}} > 0$ , а к сингулярному состоянию вернемся отдельно. Обычно полагают  $t_{\text{кв}} \approx 10^{-43}$  с (планковское время) и рассматривают еще один характерный момент  $t_s \approx 10^{-23}$  с. Начиная с момента  $t_s$  приобретает смысл понятие элементарных частиц — адронов, и их описание становится близким к тому, которое теперь известно с использованием плоского пространства.

Итак, в адронную эру в термодинамическом равновесии находится большое число барионов и антибарионов и главную роль играет сильное взаимодействие. В момент  $t \approx 10^{-2}$  с ( $T \approx 3 \cdot 10^{11}$  К) начинают преобладать слабое и электромагнитное взаимодействия. На этом этапе Вселенная становится прозрачной для мюонного нейтрино, плотность которого падает в дальнейшем лишь из-за адиабатического расширения газа нейтрино вместе со всей Вселенной. Несколько позже Вселенная становится прозрачной для электронного нейтрино, а затем (при  $t \approx 0,3$  с) и для фотонов. Итак, заглянуть в более ранние фазы эволюции Вселенной методами оптической или нейтринной астрономии в принципе невозможно (а ведь, глядя в телескоп, мы наблюдаем прошлое Вселенной!).

Считается, что среднее число нейтрино в  $1 \text{ см}^3$  примерно равно числу фотонов ( $\sim 500$  квантов/ $\text{см}^3$ ). Если масса покоя нейтрино равна нулю, то плотность массы нейтринного излучения будет малой ( $\sim 10^{-34}$  г/ $\text{см}^3$ ), однако если масса покоя нейтрино превышает  $10$  эВ, то именно нейтрино должны определять среднюю плотность Вселенной, которая может оказаться в результате замк-

нутой. Этот вопрос еще находится в стадии обсуждения и анализа.

Прошлое Вселенной в интервале времени от 10 с до 100 с должно играть определяющую роль в объяснении того факта, что молодые звезды содержат приблизительно 70% водорода и 30% гелия. Такая смесь должна была «свариться» в космологической «кухне» на ранних этапах расширения. Отметим, что результаты такого анализа очень чувствительны к изменению параметров в конкретных расчетах. Итак, на этих этапах в космологической «кухне» действуют ядерные реакции; они быстро отключаются при понижении температуры, а при  $t \sim 10^8$  лет ( $T \sim 4000$  К) даже фотонам не хватает энергии, чтобы ионизовать водород, который теперь возникает в форме атомов (а не ядер — отдельных протонов). Здесь, на грани завершения плазменной эры, кончается и вся большая эра преобладания излучения и начинается эра преобладания вещества.

Начинается эпоха, когда формируются наиболее характерные объекты современной Вселенной — галактики. Читатель может найти в обширной популярной и специальной литературе по астрономии описание характерных свойств галактик и их классификацию; однако само происхождение галактик еще остается предметом исследования, и существуют три конкурирующие гипотезы на пути решения этой проблемы. По типу предполагаемых малых первоначальных возмущений они называются адиабатической, вихревой и энтропийной гипотезами.

Наиболее подробно разработана гипотеза адиабатических возмущений. В ней принимается, что в период до рекомбинации возмущения плотности ведут себя как

$$\delta\rho/\rho = 10^{-4} e^{-(M_D/M)^{2/3}}, \quad M < M_D;$$

$$\delta\rho/\rho = 10^{-4}, \quad M_D < M < M_J;$$

$$\delta\rho/\rho = 10^{-4} (M_J/M)^{2/3}, \quad M_J < M,$$

где  $M_J$  — масса Джинса, ограничивающая область гравитационной неустойчивости, а  $M_D$  — масса, дающая область затухания, обусловленного вязкостью и теплопроводностью. Обе эти массы зависят от времени, причем крупномасштабные возмущения (при  $M > M_J$ ) растут со временем как  $\delta\rho/\rho \sim t$ . На ранней стадии возмущения еще малы, и можно пользоваться повсюду выводами

теории горячей однородной модели Фридмана. К моменту рекомбинации все возмущения с массой  $M < 10^{13} M_{\odot}$  должны были выравняться вследствие действия вязкости. Так как в эту эпоху  $M_J \sim 10^5 M_{\odot}$ , сила давления незначительна при эволюции нарастающих возмущений с  $M > 10^{13} M_{\odot}$ . Это приводит к возникновению во Вселенной новой структуры — «блинов» — очень сплюснутых сгустков материи. Предполагается, что «блины» в дальнейшем распадаются на галактики, и выяснен возможный механизм возникновения их вращения. Такие детали относятся уже к самому переднему краю исследований в современной космологии.

Сюда же следует отнести и проблему эволюции малых начальных возмущений (космологических черных дыр), а также проблему космологических гравитационных волн, момент рождения которых отвечает примерно  $t \sim 10^{-43}$  с.

Решения Фридмана представляют собой весьма специальный класс космологических моделей в силу их однородности и изотропии. Эти свойства являются, конечно, приближенными и реализуются как бы асимптотически при увеличении объема областей реальной Вселенной (причем такие области оказываются все менее и менее изученными). Однако можно привести и другие доводы в пользу анализа более общих — анизотропных и неоднородных моделей Вселенной, причем важным соображением является наличие во фридмановских моделях начальной (а иногда и конечной) сингулярности.

### 3.2.7. Космологическая сингулярность.

Мы уже обращались и раньше к теме космологической сингулярности. Сингулярной мы будем называть точку пространства-времени, в которой его кривизна становится бесконечной. Е. М. Лифшицу, И. М. Халатникову и В. А. Белинскому удалось построить общее решение уравнений Эйнштейна вблизи сингулярности, причем они обнаружили его очень интересные осцилляционные свойства; однако им не удалось достигнуть заветной цели — устранить космологическую сингулярность. Это обстоятельство находится в согласии с теоремой Хоукинга — Пенроуза о неизбежности сингулярности (неважно, космологической или типичной для черной дыры) при выполнении источниками гравитационного поля так называемых энергетических условий, весьма естественных с физической точки зрения.

Вероятно, устранить космологическую сингулярность не удастся без привлечения принципиально новых идей,

например построения квантовой теории гравитации и квантовой космологии. Все попытки в этом направлении в рамках традиционной общей теории относительности страдают поверхностностью. Более того, в «улучшенной» (конечно же, не просто «подправленной») теории все рано рано или поздно должны возникнуть те или иные противоречия, хотя бы при сравнении с более тонким экспериментом, ибо всякая теория в конце концов есть более или менее удачная идеализация действительности, и «окончательную» теорию просто невозможно построить. Важно, что современная космология замечательно хорошо соответствует множеству независимых, совершенно разных наблюдательных данных, и анализ такого соответствия является одним из главных направлений в так называемой физической космологии.

Сказанное относится и к свойствам сингулярностей, присущих черным дырам. Их устранение (а любая актуальная бесконечность локальных характеристик чужда реальности и требует конструктивного устранения) предполагает качественный выход за рамки старых представлений, хотя предлагаются и полумеры — изменение структуры уравнений гравитационного поля, введение добавочных физических полей специально с такими свойствами, чтобы скомпенсировать сингулярности или горизонты. Эти последние способы хороши только до поры до времени и не могут радикально решить проблему.

При обсуждении свойств реальной Вселенной (иногда считают, что ее наблюдаемую область удобно назвать специальным термином, например, Метагалактика) нельзя обойти и тот удивительный факт, что в ней явно преобладают одни виды элементарных частиц над другими. Мы имеем в виду господство частиц (электронов, протонов) над античастицами (позитронами, антипротонами), которых несравненно меньше, хотя в теории полей и вещества в обычном состоянии частицы и античастицы равноправны. Их фактическое неравенство должно быть отражением какого-то фундаментального факта в самой природе вещей. Долгое время искали механизмы сепарирования частиц и античастиц, которые увели бы античастицы в другую часть Вселенной, далекую от нашей Метагалактики (в другую «Метагалактику»). Достаточно ли в такой идее фантазии? Кажется, теперь более богатая фантазией идея сформировалась: речь идет о нестабильности всех элементарных частиц, включая протоны, а следовательно, и о возможности их рождения с нару-

шением закона сохранения барионного числа. Такое нарушение можно причислить к другим спонтанным нарушениям симметрии, реализующимся в подходящих условиях (при определенных значениях энергии, плотности массы и пр.). Исходя из теории Великого объединения фундаментальных взаимодействий и из теории супергравитации (см. п. 3.4.2), ряд исследователей пришли к выводу, что на некотором этапе расширения Вселенной (очень раннем этапе, конечно) была нарушена симметрия, связанная с законом сохранения барионного числа, и вот тогда-то пространство-время (или то, что за ним стоит) породило нескомпенсированные антипротонами протоны — все теперешнее вещество Вселенной. Это похоже на возвращение к величественным античным мифам, в которых поэзия предвидения сформировала образы под стать замечательным идеям античных же философов, ухитрившихся «высосать из пальца» понятие атома?!

Теперь перейдем к обсуждению возможных обобщений теории, выводящих нас за классические рамки, но основанных на строгой логике и питающихся данными опыта и наблюдений в реальном мире. При таком обобщении прежней теории исследователь просто смещает акценты и ставит на центральное место те свойства, которые хотя и описывались классической теорией, но считались второстепенными или сами собой разумеющимися (как, например, трехмерность физического пространства и одномерность времени).

### 3.3. Обобщения эйнштейновской теории гравитации

**3.3.1. Вводные замечания.** Исследования возможностей обобщения эйнштейновской теории гравитации начались сразу же после ее создания. Успех геометризации одного из видов взаимодействий — гравитационного — вдохновил на поиски путей геометризации и другого известного тогда взаимодействия — электромагнитного. Это было естественно, так как еще задолго до создания ОТО, когда только обсуждался вопрос о физических проявлениях неевклидовости пространства, Клиффордом и другими авторами уже высказывались гипотезы о возможной связи электромагнитных явлений с геометрией реального пространства. Как отмечалось, тогда и была сформулирована точка зрения, что весь физический мир — проявление искривленного пространства.

Поэтому сразу же за основополагающими работами Эйнштейна 1916—1917 гг. появились работы Г. Вейля, в которых предлагалось обобщение римановой геометрии, позволившее ввести дополнительное геометрическое поле, интерпретируемое как электромагнитное. Затем А. Эддингтоном были найдены для этой же цели обобщения геометрии Вейля. Т. Калуцей начаты исследования римановых геометрий пятимерных пространств. Э. Картан открыл другую возможность обобщения четырехмерных римановых пространств — ввел в науку геометрии с кручением. К этим исследованиям присоединились другие физики и математики. Известно, что Эйнштейн последние 30 лет своей жизни посвятил поискам геометрической единой теории гравитации и электромагнетизма. Оглядываясь назад, можно сказать, что в 20—30-х годах XX в. программа построения единой теории поля представлялась актуальной и одной из наиболее перспективных в теоретической физике. На нее возлагались огромные надежды. Ожидалось, что на этом пути удастся вскрыть новые свойства физического пространства-времени, которые рано или поздно приведут к существенным техническим приложениям.

Но время шло, а большие надежды не оправдывались. Одновременно с этим важные результаты были получены в области квантовой теории, затем было расщеплено атомное ядро. Как следствие этого стали бурно разрабатываться различные технические приложения: электроника, ядерная энергетика и т. д. Внимание физиков переключилось на эти вопросы. Получилось так, что интерес к единым теориям поля в 40—50-х годах почти заглох. Более того, сработал, можно сказать, психологический эффект. Если от чего-то слишком многое ожидается и большие надежды не оправдываются, то это «что-то» затем радикально отвергается. Так случилось и с едиными теориями поля. Был период, когда исследования в этой области котировались очень низко, даже считались пустой тратой времени на фоне развернувшейся научно-технической революции. Это мнение было распространено в какой-то мере и на общую теорию относительности, занятия которой некоторое время, мягко говоря, не приветствовались.

Но наука развивается по неумолимым законам диалектики. В 70-х годах ситуация стала резко изменяться. Опять возродился интерес к идее построения единой теории, объединяющей все известные виды взаимодейст-

вий и элементарных частиц. Однако, если в 20—30-х годах речь шла в основном об объединении двух взаимодействий, гравитационного и электромагнитного, то теперь задача поставлена значительно шире — об объединении четырех основных видов взаимодействий, включая слабое и сильное. За прошедшие годы было накоплено много знаний о мире. Можно сказать, что старая идея возродилась на новой основе.

При этом оказалось, что старые работы были незаслуженно забыты. Многие разработанные в них идеи, методы и вскрытые закономерности очень пригодились при разработке современных теорий — первых вариантов искомого Великого объединения. В связи с этим представляет интерес напомнить основные направления прошлых исследований, еще раз подчеркнуть достигнутые в них результаты и недостатки, перебросить мосты от них к современным исследованиям, заставить «работать» все рациональное в них на будущее. Без прошлого нет и будущего! Независимо даже от создания единой теории поля оказалось, что в старых работах по неэйнштейновским теориям гравитации было найдено много нового, необходимого для разработки ряда других проблем.

Исследования обобщений эйнштейновской теории гравитации можно разделить на четыре основные группы по характеру используемых в них базисных геометрических понятий: связности, метрики, привлечению дополнительных факторов и концепций, размерности. В итоге имеем:

1) теории на основе четырехмерных многообразий, описываемых дифференциальными геометриями, более общими, нежели риманова, используемая в общей теории относительности;

2) теории, привлекающие к рассмотрению дополнительные факторы, как-то: скалярное поле, иное определение метрики, вторую метрику и т. д.;

3) теории, основанные на различных концепциях физической картины мира;

4) теории в римановых пространствах с размерностью, большей четырех, т. е. пятимерные, шестимерные и большей размерности.

Заметим, что к этим четырем классам можно добавить и другие, а также теории, являющиеся комбинациями уже перечисленных. В этом разделе кратко рассмотрим первые три группы. Последняя группа — многомерные теории — рассмотрена в отдельном разделе (раздел 3.5).

3.3.2. Физические теории на основе четырехмерных геометрий, более общих, чем риманова. 1. Единые теории гравитации и электромагнетизма Вейля и Эддингтона [81]. Напомним, что в римановой геометрии, положенной в основу общей теории относительности, компоненты векторов и тензоров изменяются при их переносе из одной точки в другую (при параллельном переносе). Это изменение определяется символами Кристоффеля  $\Gamma_{\alpha\beta}^{\mu}$ , например для вектора  $B^{\mu}(x)$  оно имеет вид  $\delta B^{\mu} = \Gamma_{\alpha\beta}^{\mu} B^{\alpha}(x) \delta x^{\beta}$ , где  $\delta x^{\beta}$  — разность координат двух близких точек ( $\delta x^{\beta} = x'^{\beta} - x^{\beta}$ ). Однако длины переносимых величин при этом сохраняются, т. е.  $B^{\mu}(x) B_{\mu}(x) = B^{\mu}(x') B_{\mu}(x')$ .

С целью геометризации электромагнитного поля Герман Вейль предложил перейти к более общей геометрии, в которой при параллельном переносе изменяются не только компоненты тензоров, но и их длины. Математически это выражается заменой символов Кристоффеля на более общие коэффициенты связности:  $\Gamma_{\alpha\beta}^{\mu} \rightarrow \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\mu}$ , для которых уже не имеет место формула (1.23) связи  $\Gamma_{\alpha\beta}^{\mu}$  с метрическим тензором  $g_{\alpha\beta}$ . За этим крылась физическая гипотеза, что изменение длин определяется электромагнитным полем, т. е. если нет электромагнитного поля, то полагалось, что справедлива риманова геометрия и все формулы общей теории относительности. Если в какой-то области пространства-времени имеется электромагнитное поле, то необходимо уже использовать новую геометрию. Вейль конкретно указал, как определяется связность  $\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\mu}$  через электромагнитное поле:

$$\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\mu} = \Gamma_{\alpha\beta}^{\mu} - g_{\alpha}^{\mu} A_{\beta} - g_{\beta}^{\mu} A_{\alpha} + g_{\alpha\beta} A^{\mu},$$

где  $A_{\beta}$  с точностью до размерного постоянного коэффициента является векторным электромагнитным потенциалом.

Развивая свою теорию, Вейль показал, что в ней, кроме группы допустимых координатных преобразований (1.8), имеется еще группа преобразований длин всех величин — так называемая группа конформных преобразований:  $\tilde{g}_{\mu\nu} = \varphi^2 g_{\mu\nu}$ , где  $\varphi$  — скалярная функция координат. Заметим, что в двух римановых геометриях с таким образом связанными метрическими тензорами одинаковы все углы, но все длины соотносятся посредством функции  $\varphi$ .

Позднее Артур Эддингтон показал, что для получения результатов Вейля можно взять еще более общую связь между  $\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\mu}$  и векторным электромагнитным потенциалом  $A_{\alpha}$ .

Естественен вопрос: почему теории Вейля и Эддингтона не получили всеобщего признания? Это объясняется главным образом двумя причинами. Во-первых, для получения известной теории электромагнетизма в этих теориях требовалось использовать дополнительные постулаты, представлявшие искусственными. Во-вторых, предсказываемые в этих теориях новые эффекты лежали за пределами возможностей эксперимента.

Тем не менее теория Вейля оставила существенный след в теории пространства и времени. Во-первых, она продемонстрировала новый тип дифференциальных геометрий, более общих, чем риманова. В этом отношении, можно сказать, она сыграла ту же роль, что в свое время геометрия Лобачевского (в отношении геометрии Евклида). Во-вторых, в рамках этой теории были введены конформные преобразования и понятие конформной инвариантности, которые сейчас широко используются в теоретической физике при описании полей частиц с нулевой массой покоя (см. также раздел 3.5).

2. Теории гравитации с кручением. Следует подчеркнуть, что как в римановой геометрии, так и в геометриях Вейля и Эддингтона коэффициенты связности симметричны по паре индексов, т. е.  $\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\mu} = \tilde{\Gamma}_{\beta\alpha}^{\mu}$ . А что будет, если взять несимметричную связность по этим индексам? Такую геометрию впервые предложил и разработал Эли Картан [9, с. 535]. Оказывается, в такой геометрии нарушается хорошо известное всем со школьной скамьи правило параллелограмма при сложении векторов. Это можно пояснить так: если малое смещение  $dx^{\mu}$  параллельно перенести вдоль малого смещения  $dx^{\mu}$ , а затем, наоборот,  $\delta x^{\mu}$  перенести вдоль  $dx^{\mu}$ , то концы получившихся векторов  $dx^{\mu} + \delta x^{\mu}$  и  $\delta x^{\nu} + dx^{\nu}$  не сойдутся на величину, определяемую антисимметричной частью связности ( $\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\mu} - \tilde{\Gamma}_{\beta\alpha}^{\mu}$ ). Укажем, где применялись геометрии с кручением.

1) Известно, что Эйнштейн перепробовал множество вариантов единых теорий гравитации и электромагнетизма. В самом последнем из них фактически использовалась геометрия с кручением. Исходной посылкой рассуждений Эйнштейна было введение несимметричной

метрики, т. е. представление метрического тензора в виде  $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}$ , где  $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$  — симметричная часть, используемая обычно для определения интервала  $ds$ , а  $g_{\mu\nu} = -g_{\nu\mu}$  — антисимметричная часть, не влияющая на значение длины (так как  $g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = 0$ ), сопоставлялась тензору напряженности электромагнитного поля  $F_{\mu\nu}$ . В такой теории при постулировании связи между метрикой и коэффициентами связности последние становятся несимметричными, т. е. содержат тензор кручения. Эйнштейн изучил несколько вариантов геометрий с несимметричной метрикой. С ними можно познакомиться по второму тому его трудов [10].

2) В работах Финкельштейна и ряда других авторов закрученные пространства использовались для введения в теорию материи с несколькими типами геометрических «зарядов», которая затем сопоставлялась различным физическим полям: электромагнитному, мезонному и другим.

Эти два варианта единых теорий к успеху не привели по тем же причинам, что и теория Вейля.

3) В ряде работ последнего десятилетия возродился интерес к пространствам с кручением безотносительно к программе построения единой теории поля. Мы имеем в виду так называемую теорию Эйнштейна — Картана, в которой, кроме 10 уравнений Эйнштейна для метрики  $g_{\mu\nu}$ , имеется система дополнительных уравнений для тензора кручения. Если в уравнениях Эйнштейна источником является тензор энергии-импульса материи  $T_{\mu\nu}$ , то для поля кручения в качестве источника выбирается тензор, определяемый спиновыми свойствами (вращением) материи. Физические возможности такой теории сейчас продолжают исследоваться.

4) Следует также отметить (без пояснений), что в современной теории супергравитации естественным образом появляется антисимметричная связность, т. е. кручение. Эта теория интенсивно развивается и анализируется многими авторами.

3. Дифференциальные геометрии Схоутена. Все возможные обобщения римановой геометрии указанными выше случаями не исчерпываются. Анализируя результаты исследований Вейля, Эддингтона, Э. Картана и других авторов, Ян Схоутен в 30-х годах сформулировал ряд общих требований, которым должны удовлетворять дифференциальные геометрии. Он

нашел еще один вид геометрий. Чтобы пояснить их суть, напомним, что в общей теории относительности имеются ковариантные и контравариантные тензорные величины (с нижними и верхними индексами). Во всех указанных ранее геометриях тензорные величины параллельно переносились с помощью одинаковых коэффициентов связности. В новом обобщении геометрии параллельный перенос ко- и контравариантных тензоров определялся существенно разными коэффициентами связности.

Более того, Схоутен показал, что все возможные геометрии, удовлетворяющие сформулированным им требованиям, характеризуются тремя и только тремя тензорами третьего ранга. Каждый из них может быть нулевым, вырожденным (т. е. разбиваться на произведение вектора и тензора) и общим. В итоге, рассматривая все возможные комбинации этих трех тензоров и их видов, приходим к выводу, что возможны  $3^3 = 27$  типов дифференциальных геометрий. Риманова геометрия, используемая в общей теории относительности, представляет собой самый простой случай, когда все три тензора Схоутена равны нулю.

**3.3.3. Теории гравитации с дополнительными факторами.** Такие теории разрабатываются не с целью объединения гравитации и электромагнетизма, а в основном для решения иных вопросов, таких, как теоретическое обоснование гипотезы Дирака об изменении со временем гравитационной постоянной, реализации принципа Маха (зависимости инерции от далекой материи) и др. Дополнительными факторами, вводимыми в теорию, могут быть некие новые скалярное, векторное, тензорное поля (вторая метрика) и другие величины и понятия. Из них рассмотрим три более всего обсуждавшихся класса теорий.

1. **Скалярно-тензорные теории гравитации.** В этих теориях к тензорному полю метрического тензора  $g_{\mu\nu}$  добавлено еще скалярное поле  $\varphi$ , что и определило их название. Начало этому направлению положили исследования пятимерных единых теорий гравитации и электромагнетизма, в которых появлялась возможность введения дополнительного геометрического скалярного поля (см. раздел 3.5). Затем пятимерие было отброшено, а скалярное поле стало рассматриваться как самостоятельное. Эти исследования были начаты в работах П. Йордана (1948), Тирри (1948), Шерера (1949). Затем подробный вариант теории был развит Брансом

и Дикке в начале 60-х годов [33]. Поэтому иногда наиболее распространенный вариант называется теорией Йордана — Бранса — Дикке. Наибольший интерес к таким теориям проявлялся в 60-х — начале 70-х годов.

Поле  $\varphi$  не связано непосредственно с фундаментальными геометрическими понятиями (метрикой, связностью), поэтому оно вводится с помощью дополнительных постулатов. Не останавливаясь на деталях, кратко перечислим лишь характерные свойства такой теории:

а) В уравнениях Эйнштейна, получающихся в теории, скалярное поле  $\varphi$  присутствует в коэффициенте перед  $T_{\mu\nu}$  в правой части. Напомним, что в стандартных уравнениях Эйнштейна стоит  $\kappa T_{\mu\nu}$ . Следовательно, гравитационная постоянная  $\kappa$  теперь становится переменной, зависящей от скалярного поля  $\varphi$ . Так появляется возможность математического воплощения качественно высказанной гипотезы Дирака.

б) В скалярно-тензорной теории массы частиц зависят от скалярного поля:  $m = m_0\varphi^{-1/2}$ , где  $m_0$  — постоянная величина. Поскольку  $\varphi$  определяется распределением материи, то в рамках этой теории можно говорить о зависимости инертных масс от распределения окружающей материи, т. е. в некоторой мере реализуется принцип Маха.

в) Наряду с 10 уравнениями Эйнштейна в теории имеется одиннадцатое волновое уравнение для скалярного поля (с массой покоя, равной нулю). Таким образом, поле  $\varphi$  является дополнительным фундаментальным полем, в каком-то смысле аналогичным электромагнитному. Можно ставить вопросы о наблюдениях проявлений этого поля.

2. Финслеровы геометрии. Это направление исследований имеет более глубокое геометрическое содержание, чем скалярно-тензорные теории. Вообще говоря, метрика в геометрии может задаваться независимо от связности. В уже упомянутом в первой главе мемуаре Римана «О гипотезах, лежащих в основании геометрии» была не только развита геометрия на основе риманова мероопределения длины, но и отмечена возможность более общих метрик. Напомним, что в римановой геометрии элемент длины между двумя близкими точками, отстоящими на  $dx^\mu$ , задается корнем квадратным из квадратичной формы  $ds = \sqrt{g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu} \equiv \equiv F(x^\alpha, dx^\alpha)$ . Риман писал, что элементом длины мог бы служить, например, и корень четвертой степени из

формы четвертого порядка, хотя соответствующая геометрия и была бы более сложной. По причине простоты на протяжении 60 лет после работы Римана внимание геометров было сосредоточено на развитии геометрии с квадратичным мероопределением известного вида.

Построение более общей метрической геометрии началось с диссертации Финслера (1918). Под финслеровой метрической функцией  $F$  понимается скаляр, зависящий от точки  $x^\alpha$  многообразия и от вектора  $y^\mu$  в этой точке. Значение функции  $F(x^\mu, y^\mu)$  рассматривается как длина вектора  $y^\mu$ , находящегося в точке  $x^\mu$ . На функцию  $F$  налагается при этом одно важное условие, а именно, полагается, что это однородная функция первой степени по используемым векторам, т. е. что  $F(x^\mu, ky^\mu) = kF(x^\mu, y^\mu)$  при любом  $k > 0$ . Смысл этого условия состоит в том, что для любых коллинеарных векторов  $y_1^\mu$  и  $y_2^\mu$  отношение компонент одинаково.

Были проведены многочисленные исследования по переформулировке теории гравитационного поля на основе финслеровой метрики и по изучению возможностей такой теории. Для этого необходимо было ответить на вопросы: как проводить финслерово обобщение уравнений гравитационного поля и уравнений движения источников гравитационного поля.

Хотя для перехода от римановой геометрии к финслеровой для описания свойств физического пространства-времени в настоящее время нет веских экспериментальных оснований, разработка финслерова обобщения теории гравитации является интересным направлением исследований, ориентированным в будущее. Можно ожидать, что использование финслеровой геометрии в физических целях будет полезным в тех ситуациях, когда метрический тензор в окрестности точки анизотропен, т. е. зависит от направления измеряемого вектора.

3. Биметрические теории гравитации. В этом классе теорий в используемом пространственно-временном многообразии тем или иным способом вводится не одна, как это было во всех ранее упоминавшихся геометриях, а две римановых метрики, т. е. два метрических тензора  $g_{\alpha\beta}(x)$  и  $\tilde{g}_{\alpha\beta}^*(x)$ . Наиболее известной является биметрическая теория Розена (в ней можно различать ряд вариантов). В этой теории вторая метрика вводится постулативно. Все ранее сказанное для римановых пространств с одной метрикой в таких тео-

риях дублируется, при этом появляется ряд дополнительных аспектов, определяемых соотношением этих метрик. Важной особенностью биметрических теорий является тот факт, что разность символов Кристоффеля, образованных из соответствующих метрик, является тензором:  $\Gamma_{\alpha\beta}^{\mu} - \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\mu} = F_{\alpha\beta}^{\mu}$ . В этом легко убедиться, учитывая закон изменения символов Кристоффеля при координатных преобразованиях. На основе различных соображений записываются уравнения для одной метрики на фоне другой. Гравитацию предлагают описывать разностью метрик, т. е. напряженностью гравитационного поля описывается настоящей тензорной величиной  $F_{\alpha\beta}^{\mu}$ . По мнению сторонников этого направления, такое описание гравитации обладает рядом преимуществ по сравнению с общей теорией относительности. Отметим, что значительная часть работ по квантованию гравитационного поля выполнена фактически в рамках биметрической теории.

Серьезные возражения против таких теорий связаны с неясностью физического смысла и проблемы наблюдения второй метрики.

4. Можно указать и ряд других теорий, например приводящих к уравнениям гравитационного поля четвертого порядка (а не второго, каковыми являются уравнения Эйнштейна), использующих так называемые квадратичные по тензору кривизны лагранжианы, и т. д.

**3.3.4. Теория прямого межчастичного гравитационного взаимодействия.** Эта теория занимает особое место среди физических теорий, так как основана на концепции дальнего действия, альтернативной общепринятому полювому подходу (ближкодействие). Согласно концепции прямого межчастичного взаимодействия из теории исключается понятие поля как таковое. Частицы взаимодействуют друг с другом непосредственно «на расстоянии» симметрично — запаздывающим и опережающим образом. Воздействия частиц друг на друга определяются при помощи постулированного уравнения для функции Грина в некотором фоновом пространственно-временном многообразии, которое удобнее выбирать плоским, но оно может быть и искривленным.

Напомним, что борьба между сторонниками концепций дальнего действия и ближкодействия ведется с переменным успехом уже несколько столетий. Ньютоновская теория гравитации была дальнедействующей, так же как и пер-

воначальная теория электрических взаимодействий. Создание максвелловской теории электромагнитных взаимодействий, казалось бы, ознаменовало победу концепции близкодействия. Однако это не так. Оказалось, что смысл дальнего действия нужно было несколько уточнить, учтя запаздывание (и опережение) во времени. Начало такой теории было положено в середине прошлого века К. Ф. Гауссом. Затем в 20-х годах нашего столетия существенный вклад был сделан Тетроде и Фоккером. Был сформулирован принцип прямого электромагнитного взаимодействия Фоккера. Было показано, что из него следуют обычные уравнения движения заряженных частиц, а уравнения второй пары Максвелла выполняются тождественно. Существенным недостатком этой теории, долго препятствовавшим ее признанию, было равноправие в ней запаздывающих и опережающих взаимодействий. Всем хорошо известно, что в реальном мире причина предшествует следствию, но не наоборот. Этот недостаток удалось преодолеть Ричарду Фейнману (р. в 1918) и Джону Уилеру (р. в 1911) в 40-х годах. Они показали, что все трудности возникали из-за того, что не учитывалось должным образом влияние на взаимодействующие частицы со стороны материи всей остальной части Вселенной. Корректный учет этого влияния (абсолютного поглотителя в будущем) привел к устранению опережающих взаимодействий, т. е. к согласию теории с наблюдаемыми запаздывающими взаимодействиями. В настоящий момент ясно, что теория прямого взаимодействия в состоянии так же хорошо описывать электромагнитное взаимодействие, как и общепринятая полевая теория. Она обладает даже рядом преимуществ в том отношении, что позволяет естественно описывать связь локальных характеристик материи (в малом) с глобальными свойствами всей Вселенной [54, с. 498].

Сказанное относится к прямым электромагнитным взаимодействиям. А как обстоит дело с гравитационными взаимодействиями? Напомним, что, работая над созданием общей теории относительности, Эйнштейн существенно опирался на идеи Маха, на маховскую критику ньютоновой механики. Но если присмотреться к трудам Маха, то можно увидеть, что он критиковал ньютонову механику с позиций дальнего действия. Но построенная Эйнштейном общая теория относительности оказалась типично полевой теорией, т. е. соответствующей концепции близкодействия. Известно также, что Эйнштейн

после создания ОТО охладел к идеям Маха и даже высказал по отношению к ним ряд критических замечаний. Чем это объяснить? Видимо, осознанием различия концепций, которых придерживался Мах, с одной стороны, и общей теории относительности — с другой. Однако дальнейшее развитие физики показало, что теория прямого межчастичного взаимодействия (концепция дальнего действия) может быть перенесена и на гравитацию. Сейчас теорию прямого гравитационного взаимодействия можно считать достаточно развитой и стройной. Имеется ряд ее вариантов, в том числе вариант типа скалярно-тензорной теории гравитации (теория Хойла—Нарликара) и вариант, совпадающий по практическим результатам со стандартной общей теорией относительности.

Кратко остановимся на последнем варианте прямого гравитационного взаимодействия (соответствующем ОТО). Структуру этой теории можно представить в виде трех составных частей:

а. Постулирование принципа гравитационного действия на неком неизменном пространственно-временном фоне; проще всего, когда этот фон плоский. Показано, что из принципа действия следуют уравнения движения частиц, которые можно представить в виде уравнений геодезических в некоторой эффективной римановой метрике. Дополнительные трудности (по сравнению с электродинамикой) были вызваны нелинейностью гравитации. Пришлось ввести ряд доопределений в формулировке принципа действия, суть которых сводилась к тому, что нужно было учесть не только парные взаимодействия между частицами, но и тройные, четверные и т. д.

б. Было показано, что в теории прямого гравитационного взаимодействия тождественно выполняются соотношения, соответствующие стандартным уравнениям Эйнштейна.

в. Наконец, была развита третья часть теории — теория гравитационного поглотителя. Было показано, что учет всей материи Вселенной позволяет исключить из теории опережающие гравитационные взаимодействия. При этом в уравнениях движения (геодезических) появляются добавки, интерпретируемые как члены гравитационного радиационного трения. Как и в случае прямого электромагнитного взаимодействия, в теории возникает ряд вопросов о физических аспектах выделения направления времени (о стреле времени).

В настоящий момент такая теория продолжает разви-

ваться. На повестке дня стоит ряд проблем и нерешенных вопросов, одни имеют характер рассматриваемых в рамках общей теории относительности, другие имеют специфический характер теории прямого взаимодействия.

**3.3.5. Различные концепции построения физических теорий.** Мы только что кратко охарактеризовали вариант теории гравитации, построенной на необычной концепции прямого межчастичного взаимодействия. Имеются ли иные концепции? Этот вопрос тесно связан с давно известными двумя противоположными философскими подходами к пространству и времени: субстанциальным и реляционным.

Согласно субстанциальному подходу пространство и время понимаются как самостоятельное существующее вместилище наблюдаемых видов материи, как некая фоновая субстанция. Известно, что подобная концепция пространства и времени высказывалась еще в древности, в частности Демокритом. Классическое пространство (и время) Ньютона—Галилея, строго говоря, соответствуют именно субстанциальному подходу.

Второй, реляционный, подход отрицает самостоятельную субстанциальную сущность пространства и времени. Согласно этой концепции пространство и время являются лишь формой существования материальных объектов.

Тремя категориями описываются отношения, в которые вступают друг с другом материальные образования. Высказывания в духе этой концепции можно найти у Аристотеля, именно ее отстаивали Лейбниц и затем Мах.

Спрашивается, к какой из этих концепций можно отнести общую теорию относительности? Как уже подчеркивалось, она сформулирована в духе теории поля, а следовательно, она ближе всего соответствует субстанциальной концепции. В частности, уравнения Эйнштейна допускают вакуумные решения, т. е. в отсутствие в правой части уравнений тензора энергии-импульса каких-либо видов материи. Например, таким точным частным решением является метрика пространства-времени Минковского.

В то же время нельзя утверждать, что в современной понимании общая теория относительности представляет собой реализацию крайней формы субстанциальной концепции пространства-времени. Дело в том, что сейчас сформировалась некая промежуточная концепция, суть которой состоит в том, что геометрические характеристики (с которыми имеет дело ОТО) отчасти описывают про-

странственно-временные отношения, а отчасти новый вид, так сказать, геометрической или гравитационной материи. Было выполнено множество работ, целью которых являлось явное разделение геометрических величин по таким их двум функциям.

В современной научной литературе довольно весомо представлено направление исследований (и обобщений) общей теории относительности в духе крайне субстанциональной концепции пространства-времени. Основателем этого подхода называют Клиффорда, о взглядах которого мы уже писали в первой главе (см. раздел 1.4). Сторонники этого направления основную свою задачу усматривают в формировании из геометрических пространственно-временных характеристик (метрического или топологического характера) объектов, которые можно было бы отождествить с наблюдаемыми видами материи. Сюда относятся попытки получения частицеподобных решений уравнений Эйнштейна (в вакууме). Другой способ геометризации частиц основан на использовании более общих топологий. Это можно пояснить так. На плоскости вырезаются два отверстия и соединяются трубкой (ручкой). Такие дырки (ямы) на плоскости предлагаются трактовать как частицы. Они соединены трубками. Если в одно отверстие входят электрические силовые линии, а из другого выходят, то соответствующая пара частиц должна характеризоваться двумя противоположными электрическими зарядами. Такие исследования в данный момент продолжаются.

Из сказанного ясно, что изложенная в предыдущем разделе теория прямого межчастичного взаимодействия более всего соответствует противоположной — реляционной концепции пространства и времени. В рамках этого подхода бессмысленна даже постановка только что упомянутых задач. Частицы здесь рассматриваются как первичные объекты, а все геометрические величины характеризуют отношения между ними, не более.

Однако следует признать, что на сегодняшний день состояние теории прямого межчастичного взаимодействия еще не в полной мере отражает реляционную концепцию пространства-времени. Дело в том, что при математической формулировке этой теории в самом начале независимо постулируется как наличие самих частиц, так и фоновое пространство, которое может быть любым, но естественнее его полагать плоским. Для полного воплощения реляционной концепции следовало бы так сформулиро-

вать основания теории, чтобы была исключена «подпорка» в виде фонового пространства-времени [57]. Пока такой теории не создано, имеется лишь ряд соображений и предварительных исследований, выполненных Эддингтоном [64], Ван Данцигом, Циммерманом и другими авторами. Подробное обсуждение этого круга идей, к сожалению, выводит за пределы возможностей этой книги.

**3.3.6. Некоторые выводы.** Завершая этот раздел, с сожалением отметим, что нам далеко не удалось не только как следует осветить предпринимавшиеся попытки обобщения эйнштейновской теории гравитации, но мы не смогли даже упомянуть все эти остроумные предложения. Подробное рассмотрение этого вопроса неизбежно составило бы самостоятельную обширную книгу. К сказанному добавим, что содержание следующих разделов по квантованию гравитации и многомерным теориям также представляет собой рассмотрение обобщений стандартной общей теории относительности.

Мы надеемся, что у читателя сложилось представление об удивительной устойчивости общей теории относительности по отношению к многочисленным попыткам ее обобщений и видоизменений. Приведенный материал показывает, что в результате усилий ряда поколений ученых содержание общей теории относительности оказалось как бы заключенным в довольно плотную оболочку возможных ее модификаций, и в то же время ни одно из них пока не смогло заставить нас отказаться от эйнштейновской теории гравитации и заменить ее другой теорией. По логической стройности, красоте и экономности основных посылок пока ни одна другая теория не может сравниться с общей теорией относительности. Исключение, пожалуй, составляет пятимерная (шестимерная) теория, органически включающая в себя общую теорию относительности (см. раздел 3.5).

Как следует относиться к изложенным обобщениям ОТО? Мы ни в коем случае не можем согласиться с утверждениями некоторых авторов, в том числе и очень авторитетных, что якобы развитие науки показало несостоятельность рассмотренных идей и направлений. Полученные на этих путях результаты составляют золотой фонд учения о физическом пространстве и времени. Они позволили взглянуть на сущность современной теории гравитации намного шире, выявили много новых точек зрения на установленные закономерности, показали имеющиеся возможности обобщения существующей те-

рии. Их нужно постоянно иметь в виду и время от времени пересматривать с учетом открываемых новых данных и фактов. Многие из указанного уже возрождено в современных исследованиях по теоретической физике. А сколько еще наверняка проявится в будущей теории, которая, может быть, совсем под неожиданным углом зрения, органически впитает в себя идеи якобы умерших работ!

### 3.4. Гравитация и квантовая физика

**3.4.1. О необходимости квантования гравитации.** По всеобщему признанию физиков-теоретиков, наиболее важным и перспективным направлением в современной теории гравитации является разработка проблемы ее квантования, или, как часто говорят, построение квантовой теории гравитации. Именно на этом пути ожидается наиболее существенный шаг в понимании как природы пространства-времени, так и всего физического мироздания.

Сразу же отметим, что квантовая теория гравитации еще не построена. Более того, сейчас нет даже однозначного представления о том, какой вид должна иметь эта теория, что означает и как конкретно формулируется проблема квантования гравитации. Здесь имеется широкий спектр мнений: от убеждения, что нужно лишь аккуратно перенести на случай гравитации методы существующей квантовой теории поля, до точки зрения, что решение этой проблемы возможно только на основе принципиально новых идей. Сформулируем пока задачу в возможно более общем виде. В современной теоретической физике имеются два наиболее фундаментальных раздела: квантовая теория поля и общая теория относительности. Пока каждая из них опирается на свою систему принципов и понятий и они развиваются в значительной степени независимо друг от друга. Задача состоит в построении такой теории, которая совмещала бы принципы общей теории относительности и квантовой теории поля.

Заранее предвидим вопрос: может быть, нет ничего плохого в параллельном существовании двух названных теорий или, возможно, их совмещение дело далекого будущего? Постараемся на него ответить содержанием всего этого раздела. Укажем несколько наиболее часто обсуждаемых мотивировок разработки данной проблемы.

1. Обычно гравитация рассматривается как физиче-

ское поле, равноправное в ряде отношений с другими известными полями: электромагнитным, мезонным и др. Но тогда ее следует наделить общими свойствами других полей. В частности, если все физические поля квантуются, то почему же гравитационное поле является исключением? Неоднократно высказывалось соображение, что если предполагать лишь классический характер гравитационного поля, то это допускало бы принципиальную возможность определения координат и импульсов частиц при помощи гравитационных взаимодействий более точно, чем это дозволено соотношением неопределенностей, что означало бы несостоятельность основных принципов квантовой теории.

2. В настоящий момент во Вселенной открыты астрофизические объекты, в окрестности которых имеет место сильное искривление пространства-времени. Это пульсары — нейтронные звезды, возможно, сюда же относятся и квазары. Сейчас широко обсуждается гипотеза существования черных дыр. Наблюдательные проявления этих объектов должны существенно зависеть от поведения вещества и элементарных частиц в их окрестности. Отсюда следует необходимость развития методов описания квантовых частиц в существенно искривленном пространстве-времени. А это в значительной степени относится к объединению закономерностей общей теории относительности и квантовой теории.

3. Сейчас стало ясно, что в рамках эйнштейновской теории гравитации общее космологическое решение или, по крайней мере, решения, рассматриваемые как возможные приближенные модели мира, имеют особенности. Другими словами, метрика пространства-времени регулярна лишь в течение ограниченного с той или иной стороны (или с обеих сторон) промежутка времени. Наличие особенностей — свидетельство того, что общая теория относительности вблизи них теряет силу. Здесь появляются огромные плотности материи — такие ситуации должны описываться новой теорией, существенно учитывающей закономерности квантовой теории и физики микромира.

4. Имеются достаточно обоснованные надежды с помощью учета теории гравитации построить теорию элементарных частиц. Здесь есть несколько направлений поиска. Согласно одному из них делаются попытки построения геометрических моделей элементарных частиц, а также поиски частицеподобных решений уравнений

Эйнштейна и Максвелла, о чем уже говорилось в предыдущем разделе. Имеются и более изощренные подходы, объединяющие в одну схему гравитацию и другие поля.

5. Неуклонно крепнет убеждение физиков-теоретиков, что построение квантовой теории гравитации прольет свет на основные трудности современной квантовой электродинамики и теории сильных взаимодействий, в частности позволит корректно избавиться от бесконечно больших выражений, возникающих в теории. Об этом свидетельствует наличие в теории гравитации характерных длин — гравитационных радиусов частиц, а также появление новой мировой константы, включающей гравитационную постоянную  $l_0 = \sqrt{\hbar k/c^3} \simeq 10^{-33}$  см, так называемой планковской длины.

Имеется и ряд других аргументов в пользу квантования гравитации; некоторые из них будут обсуждены позже.

Если мы убедили читателя в необходимости квантования гравитации, то он вправе спросить: почему она до сих пор не проквантована? Что мешает это сделать? Причин несколько, и о них можно говорить с разных позиций. Это зависит от постановки задачи. Если ее понимать наиболее прямолинейно, как перенесение методов квантовой теории поля на теорию гравитации, то можно назвать две основные трудности: а) нелинейность уравнений Эйнштейна и б) общая ковариантность теории. Постараемся разъяснить сказанное.

а. Нелинейность уравнений обычно приводит к тому, что сумма их решений уже не является решением. Это препятствует применению здесь обычной методики квантования свободных полей. В стандартной схеме процедура квантования состоит в представлении решений в виде суммы вкладов элементарных квантов данного поля. Элементарный квант при этом описывается точным решением. Для нелинейных уравнений Эйнштейна в общем случае реализация такой процедуры оказывается невыполнимой.

б. Ковариантность теории гравитации в конце концов приводит к тому, что гравитационное поле описывается значительно большим числом переменных (например, десятью компонентами метрического тензора), нежели число ожидаемых динамических переменных (две степени свободы). Подобная ситуация имеет место и в теории электромагнитного поля: при четырех компонентах векторного потенциала имеются всего две динамические пе-

ременные (два состояния поляризации). Однако в электродинамике уравнения просты, и не представляет труда исключить из рассмотрения «лишние» переменные. В общей теории относительности уравнения чрезвычайно сложны, и не удастся произвести исключения «лишних» переменных в общем случае.

Имеются и другие трудности, в частности отсутствие экспериментальных данных. Чаще физические теории возникают на базе уже известных фактов. Квантовая же теория гравитации ищется лишь на основе логических соображений. В настоящий момент не обнаружены даже гравитационные волны, представляющие классический аспект искомых гравитонов.

**3.4.2. Предварительные результаты исследований.** К изложенным ниже результатам следует подходить именно как к предварительным.

1. Квантование слабого гравитационного поля. Указанные выше трудности квантования гравитации можно обойти, если предположить, что для практических целей достаточно ограничиться лишь слабым гравитационным полем, когда метрический тензор можно представить в виде  $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^0 + h_{\mu\nu}$ , где  $g_{\mu\nu}^0$  — метрический тензор пространства-времени Минковского,  $|h_{\mu\nu}| \ll 1$  — малая добавка. Тогда гравитационное поле описывается величинами  $h_{\mu\nu}$ , которые можно рассматривать как обычное тензорное поле второго ранга на фоне плоского пространства-времени. Далее легко применить хорошо разработанную методику квантования линейных полей. Квантование поля  $h_{\mu\nu}$  производится по образу и подобию квантования электромагнитного поля. Лишние компоненты исключаются, а квантуются две поперечно-поперечные комбинации  $h_{23}$  и  $\frac{1}{2}(h_{22} - h_{33})$  (если волна распространяется в направлении оси  $x^1$ ). В классическом варианте указанные комбинации соответствуют двум поляризациям гравитационных волн, а в квантовом варианте — двум типам гравитонов.

Далее полагается, что гравитоны ведут себя в ряде отношений аналогично фотонам: они могут рождаться, взаимодействовать с квантами других видов материи и друг с другом, уничтожаться. В частности, нелинейные члены в уравнениях Эйнштейна интерпретируются как результат взаимодействия гравитонов друг с другом. Как и в квантовой электродинамике, для вычисления эффек-

тов применяется диаграммная техника (типа фейнмановской), только значительно более сложная.

В ряде работ были подсчитаны и проанализированы возможные в рамках такой схемы рассуждений эффекты взаимных превращений гравитонов и других частиц. В частности, принципиальный интерес имеет эффект гравитационной аннигиляции элементарных частиц. Например, эффект столкновения электрона и позитрона, которые превращаются не в два фотона, как в электродинамике, а в два гравитона. Грубо говоря, это эффект превращения обычной материи в гравитационное поле. Расчеты показывают, что подобные эффекты чрезвычайно слабы при наблюдаемых энергиях элементарных частиц. Так, для электрона и позитрона, движущихся навстречу со скоростями, равными одной сотой скорости света, сечение процесса имеет порядок  $\sigma \simeq 10^{-110} \text{ см}^2$  — это фантастически малая величина. Однако замечено, что с ростом энергии сталкивающихся частиц этот эффект должен расти пропорционально квадрату их энергии, тогда как хорошо известный эффект аннигиляции пары в два фотона убывает обратно пропорционально квадрату энергии. При колоссально больших энергиях  $10^{21} mc^2$  (где  $m$  — масса электрона) эти эффекты достигают одинаковой величины, а с дальнейшим ростом энергии двухгравитонная аннигиляция начинает доминировать над двухфотонной. Интересно, что теоретически возможен и еще один эффект — смешанная аннигиляция электрон-позитронной пары в один фотон и один гравитон. Этот процесс несколько вероятнее двухгравитонной аннигиляции, но все равно чрезвычайно слаб. Так, при названных выше скоростях частиц его сечение  $\sigma \simeq 10^{-75} \text{ см}^2$ . Конечно, возможны и обратные процессы — превращения двух гравитонов в электронно-позитронные пары и другие частицы. Рассматривались и другие процессы [49, с. 280]: тормозное излучение частицами гравитонов, превращения гравитонов в фотоны и обратно. Наиболее значительным среди всех этих эффектов (первого порядка по гравитационной константе) является процесс превращения гравитонов в фотоны и обратно во внешнем электромагнитном поле. Это можно себе представить так, что в сильном конденсаторе приходящие из космоса гравитоны превращаются в фотоны. Таким путем можно было бы реализовать детектор гравитонов. Однако, к сожалению, эффект все-таки слишком слаб, чтобы такой эксперимент можно было поставить в ближайшее время.

На первый взгляд может показаться, что проблема в принципе решена. Однако положение нельзя признать удовлетворительным по следующим причинам:

а. Квантовая теория линеаризованного гравитационного поля неперенормируема. Это означает, что при вычислении процессов в более высоких приближениях (по константе  $k$ ) возникают бесконечно большие величины, которые нельзя устранить подбором конечного числа контрчленов (последнее возможно в электродинамике). Другими словами, учет членов, которыми пренебрегли при линеаризации теории, приводит к бессмысленным выражениям.

б. Очень трудно примириться с мыслью, что квантовая теория гравитации представляет собой столь примитивное повторение уже известной квантовой электродинамики. Некоторые указанные ниже факторы заставляют считать, что все должно быть совсем иначе.

в. Переход к слабому полю, т. е. фактически к использованию фонового плоского пространства-времени, неявным образом содержит в себе ряд дополнительных предположений, чуждых общей теории относительности и нуждающихся в четком осмыслении и обосновании. До сих пор это удовлетворительно не сделано.

2. Рождение пар частиц в расширяющейся Вселенной. Другое важное направление представлено более поздними работами по исследованию эффектов рождения пар элементарных частиц в нестационарных моделях Вселенной. Можно сказать, что эти эффекты в ряде отношений обобщают уже упоминавшиеся процессы гравитационных трансмутаций гравитонов и квантов обычной материи. Разница состоит в том, что в этих работах речь идет о рождении пар изменяющимся классическим гравитационным полем, которое в принципе не описывается на корпускулярном языке (как суперпозиция или некий набор гравитонов). Отметим, что аналогичный эффект имеет место и в нестационарном классическом электромагнитном поле. Это направление исследований безусловно имеет дело с проблемой совмещения принципов квантовой теории поля и общей теории относительности. Основная суть подхода состоит в том, что в искривленном пространстве-времени и, в частности, в нестационарной метрике Фридмана возникают затруднения при написании выражения для энергии вторично квантованных полей обычной материи. Из-за наличия во всех выражениях компонент метрического тензора

перед операторами полей возникают множители, в общем случае зависящие от времени. В результате разбиение полевых функций на положительно частотные части, соответствующие операторам рождения, и отрицательно частотные части, соответствующие операторам уничтожения частиц, приобретают условный смысл, зависящий от времени. С течением времени эти операторы начинают перемешиваться, и любым способом определенные числа и плотности частиц и античастиц меняются. Это предлагается трактовать как эффект рождения (уничтожения) пар в нестационарной Вселенной.

Заметим, что впервые на этот факт обратил внимание Шредингер в 1939 г., обнаружив, что при расчетах процессов рассеяния частиц в расширяющейся Вселенной операторы частиц и античастиц перемешиваются. Это было истолковано как недостаток теории, который должен быть преодолен. Уже значительно позже данный вопрос в духе указанной выше интерпретации рождения частиц исследовался Паркером и другими теоретиками, главным образом группой ленинградских физиков (А. А. Гриб, С. Г. Мамаев, В. М. Мостепаненко). Было показано, что в рамках рассматриваемой классической модели мира наиболее интенсивное рождение пар следовало бы ожидать на ранних стадиях образования Вселенной, точнее, вблизи момента времени  $\tau_0 \sim \hbar/mc^2$ . (Заметим, что  $\tau_0$  значительно больше планковского времени  $\tau_{пл} \approx 10^{-43}$  с, где следовало бы существенно использовать квантовую теорию гравитации.) В более поздние моменты времени  $\tau \gg \tau_0$  эффект рождения пар становится ничтожным.

В ряде работ указывалось, что эффект рождения пар может быть более существенным в моделях анизотропной Вселенной. Существенно также, что можно говорить и о рождении в них частиц с равной нулю массой покоя (фотонов, нейтрино и др.). В моделях Фридмана могут рождаться только частицы с отличной от нуля массой покоя вследствие конформно-плоского характера этих моделей (см. конформные преобразования Вейля в предыдущем разделе). Следует отметить также примыкающие к данному подходу работы по исследованию рождения пар частиц при явлениях гравитационного коллапса и в окрестности черных дыр.

Несомненно, данное направление исследований прояснило ряд теоретических следствий определенных воззрений на способ совмещения принципов квантовой теории поля и общей теории относительности, однако и его сле-

дует рассматривать как предварительный поиск. В качестве недостатков этого подхода можно указать, в частности:

а) рассматриваемая задача не является самосогласованной — рождение материи определяется внешними факторами; желательно было бы иметь согласованную квантово-общерелятивистскую теорию;

б) в основе данного подхода лежат классические представления о пространстве-времени в окрестности сингулярности; можно усомниться в том, что правомерно использовать эти представления в те моменты времени и в тех пространственных областях, где вычисляемые эффекты должны протекать наиболее интенсивно;

в) численные оценки показывают, что обязанная этому эффекту плотность рожденной во Вселенной материи слишком мала по сравнению с наблюдаемой плотностью<sup>13</sup>.

3. К в а н т о в а н и е з а м к н у т ы х к о с м о л о г и ч е с к и х м о д е л е й. В работах этого направления исследуются принципиально иные вопросы — делаются попытки выявить некоторые характерные черты квантовой теории всего мира (квантованной Вселенной). Конечно, исследователи отдают себе отчет в том, что создание такой полной теории — чрезвычайно сложная задача. Поэтому предполагается решать ее в несколько этапов, начиная с рассмотрения максимально упрощенной модели мира, а затем ее постепенно усложнять. Другими словами, предлагается взять сначала симметричную модель Вселенной и подобрать к ней подходящую схему квантования.

В качестве такой первой модели естественно была выбрана однородная изотропная закрытая модель Фридмана. Возможная схема ее квантования была проанализирована Б. ДеВиттом. Суть процедуры квантования состояла в следующем. Берлось одно из уравнений Эйнштейна — компонента  $00_4$  — так называемая гамильтонова связь, так как она соответствует выражению для энергии (гамильтониану). Геометрическая (левая) часть этого уравнения легко представляется в виде суммы двух частей, одну из которых можно трактовать как кинети-

<sup>13</sup> В последнее время, привлекая теорию Великого объединения (см. далее), удалось значительно продвинуться в объяснении того факта, что во Вселенной вещество явно преобладает над антивеществом; при этом учитывается спонтанное нарушение сохранения барионного числа на раннем этапе расширения Вселенной.

ческую энергию, а вторую — как потенциальную энергию. Эта космологическая модель очень проста в том смысле, что характеризуются всего одним параметром — радиусом мира  $R$ . Кинетическая часть энергии представляется квадратом временной производной от  $R$ , т. е., можно сказать, имеет вид квадрата импульса. Далее предлагается переход к квантовой схеме, аналогичный стандартной процедуре квантования одной частицы, когда от соотношения между энергией и импульсами частицы переходят к операторному выражению и получают волновое уравнение Шредингера или Клейна—Фока. В итоге получается уравнение ДеВитта, напоминающее одномерное уравнение Клейна—Фока. Решая такое волновое уравнение, можно представить развитие мира (расширение, а затем сжатие) как эволюцию одномерного волнового пакета в специальном образом введенном суперпространстве.

Следующий шаг был сделан Мизнером, который выbral более сложную — однородную анизотропную модель. Эволюция этой классической модели состоит в том, что мир сжимается и расширяется попеременно и по-разному вдоль различных координат. В этом случае Вселенная характеризуется тремя параметрами: один параметр соответствует общему масштабу мира, а остальные два определяют степень его анизотропии. Аналогичная случаю ДеВитта процедура приводит к трехмерному волновому уравнению Мизнера, опять по структуре напоминающему уравнение Клейна—Фока. В них роль времени выполняет масштабный фактор, а роль пространственных координат — параметры анизотропии. Опять эволюция мира описывается волновым пакетом.

Эти две модели можно рассматривать как первые шаги в направлении построения более полной теории, однако отсюда не видно, как переходить к модели с меньшими симметриями. Опыт построения этих двух моделей выявил ряд трудностей: в подходящем выборе временного параметра, в задании начальных и граничных условий при решении волновых уравнений. Еще больше трудностей возникло при физическом осмыслении полученных решений. Что означает функционал состояния для квантованного мира, когда для него не существует внешнего классического прибора? Как понимать суперпозицию гармоник мира, описывающих множество различных миров, в том числе и сжимающихся и расширяющихся? И т. д. Таким образом, уже на первых этапах

возникло множество вопросов, на которые пока нет однозначных ответов.

4. Гравитационное моделирование элементарных частиц. Здесь мы имеем в виду предпринимавшиеся разными авторами попытки построения моделей элементарных частиц в виде «объектов с почти закрытой внутренней метрикой» [58]. Это означает, что элементарные частицы предлагается строить из сколлапсировавших объектов — фридмановских или иных миров, т. е. материи, ушедшей под свой гравитационный радиус. Полагается, что внешне они должны проявляться как малые частицы с массами  $m \sim \sqrt{\hbar c / \kappa} \simeq 10^{-5}$  г. Разные авторы их называют по-разному: максимонами, фридмонами, планкеонами и т. д. [58—60]. Развитие подобных гипотез ставит чрезвычайно много проблем концептуального и мировоззренческого характера, на наш взгляд, в значительно большем количестве, чем в их рамках пока предлагается решений.

5. Суперсимметрии и супергравитация. В настоящий момент все большее внимание теоретиков привлекает идея построения Великого объединения — теории, которая должна объединить сильные, электромагнитные, слабые (и, возможно, гравитационные) взаимодействия на основе принципа локальной симметрии. Принцип локальной симметрии позволяет взглянуть на физические поля под своеобразным углом зрения. Полагается, что известные групповые свойства (симметрии) типа преобразований Лоренца (или Пуанкаре), калибровочные преобразования в электродинамике и т. д. выполняются лишь локально, т. е. в каждой точке пространства-времени по отдельности. Определенные в каждой точке направления, калибровки, эталоны стандартов для измерений свои. При переходе от одной точки к другой их необходимо сопоставлять, сравнивать. Нужные для этого понятия, описывающие сравнение стандартов на языке соответствующей группы, называются калибровочными полями. Так, гравитационное поле рассматривается как калибровочное по отношению к группе Лоренца (или Пуанкаре), электромагнитное поле — калибровочное по отношению к электромагнитным калибровочным преобразованиям и т. д. В теории сильных и слабых взаимодействий вводятся группы симметрий  $SU(3)$  и  $SU(2)$  и определяются соответствующие им калибровочные поля — носители этих взаимодействий. Искомое Великое объединение представляется на основе

локального объединения всех известных групповых симметрий.

Был предложен ряд предварительных вариантов теории Великого объединения, все они приводят к исходным выводам, что при низких энергиях элементарных частиц три вида взаимодействий: сильное, электромагнитное и слабое — проявляются существенно по-разному (как и наблюдается в эксперименте), однако при энергиях порядка  $10^{15}$ — $10^{16}$  ГэВ наступает истинное единство этих взаимодействий. При энергиях же порядка  $10^{19}$  ГэВ ожидается существенный вклад гравитационных взаимодействий, т. е. где-то в этой области должна вступать в свои права теория, объединяющая все четыре вида взаимодействий.

Сейчас делаются попытки построить искомую теорию на основе недавно открытой новой симметрии — суперсимметрии, которая позволяет объединить описания бозонов и фермионов (т. е. частиц с целыми и полуцелыми спинами). Суперсимметрия означает, что вклады во все процессы бозонных и фермионных полей симметричны, следовательно, мы можем их «смешивать». Локальная суперсимметрия означает, что это можно делать по-разному в различных точках пространства, т. е. естественным образом в теорию должны быть включены и гравитационные взаимодействия.

Предварительные результаты теории с суперсимметриями показывают, что в их рамках, по-видимому, удастся избежать трудности с расходимостями (указанную выше трудность — неперенормированность квантовой гравитации). Пока об этих вопросах более определенно говорить преждевременно (особенно на популярном уровне), можно лишь выразить надежду, что дальнейшее развитие этого направления исследований позволит глубже понять как соотношение теорий различных взаимодействий, так и структуру пространственно-временных отношений.

**3.4.3. Концептуальные проблемы квантовой теории гравитации.** Многолетние попытки решения проблемы квантования гравитации показали, что эта проблема имеет более глубокие корни, чем ожидалось. Ее решение, по-видимому, затронет все основание классических пространственно-временных отношений и используемых понятий.

Приведем довольно грубые рассуждения, свидетельствующие о том, что параллельное существование кван-

товой теории и общей теории относительности ставит ограничения на область применения понятий пространственной длины и промежутков времени. Пусть мы хотим с помощью некой частицы измерить какое-то очень малое расстояние  $\Delta x$ . Из квантовомеханического соотношения неопределенностей следует, что для  $\Delta x$  должно выполняться условие  $\Delta x \geq \hbar/\Delta p$ , где  $\Delta p$  — неопределенность импульса частицы. При очень малых  $\Delta x$  имеем большое  $\Delta p \simeq \Delta E/c \sim \Delta mc$ , где  $E$  — энергия,  $m$  — масса частицы. Следовательно, можно записать

$$\Delta x \geq \hbar/c\Delta m. \quad (3.29)$$

Согласно общей теории относительности вблизи точечной массы метрика будет шварцшильдовской, т. е.  $g_{00} = 1 - 2km/c^2\Delta x$ . Расстояния остаются расстояниями, а время — временем лишь до тех пор, пока сохраняется стандартная сигнатура метрики, т. е. пока  $g_{00} > 0$ . Отсюда следует

$$r \sim \Delta x > mk/c^2 \simeq k\Delta m/c^2. \quad (3.30)$$

Умножая друг на друга равенства (3.29) и (3.30), найдем для  $\Delta x$  ограничение снизу, определяемое комбинацией фундаментальных констант:

$$\Delta x > \sqrt{\hbar k/c^3} \equiv l_0 \simeq 1,6 \cdot 10^{-33} \text{ см.}$$

Это так называемая планковская длина.

К данному результату можно прийти с помощью иных мысленных экспериментов, в которых длина измерялась бы световыми сигналами, взвешиванием и т. д. [9, с. 460]. Все способы рассуждений приводят к выводу: невозможны расстояния, меньшие планковской длины  $l_0$ . Аналогично можно сделать вывод о бессмысленности промежутков времени, меньших  $10^{-43}$  с. Эти ограничения распространяются и на значения других геометрических величин, в частности на символы Кристоффеля и метрический тензор. Конечно, данные рассуждения проведены грубо, но тем не менее они заставляют задуматься, имеем ли мы право говорить о сколь угодно малых длинах (бесконечно малых величинах).

В связи с этим невольно вспоминается вопрос, поставленный перед физиками и геометрами еще Б. Риманом более ста лет тому назад: «Вопрос о том, справедливы ли допущения геометрии в бесконечно малом, тесно связан с вопросом о внутренней причине возникновения метрических отношений в пространстве. Этот вопрос, ко-

нечно, также относится к области учения о пространстве, и при рассмотрении его следует принять во внимание сделанное выше замечание о том, что в случае дискретного многообразия принцип метрических отношений содер­жится уже в самом понятии этого многообразия, тогда как в случае непрерывного многообразия это сле­дует искать где-то в другом месте. Отсюда следует, что или то реальное, что создает идею пространства, образует дискретное многообразие, или же нужно постараться объяснить возникновение метрических отношений чем-то внешним — силами связи, действующими на это реальное». И далее Риман добавил: «Здесь мы стоим на пороге области, принадлежащей другой науке — физике, и переступить его не дает нам повода сегодняшний день» [9, с. 33].

Неужели нет такого повода и спустя сто с лишним лет, когда наука шагнула далеко в микромир, когда создана блестяще подтвержденная опытом квантовая теория? Существует точка зрения, что квантовая механика имеет самое непосредственное отношение к образованию классического понятия метрических отношений. Можно высказать предположение, что построение искомой квантовой теории гравитации должно начинаться с анализа понятий и постулатов в используемой нами модели классического пространства-времени. Этот анализ должен идти в направлении раскрытия обусловленности классических понятий некими более фундаментальными свойствами микромира (теории элементарных частиц, квантовой теории). Пространственно-временные отношения можно ожидать возникающими в результате описания коллективных образований микрочастиц. Иногда такой подход называют макроскопическим или статистическим подходом к природе классического пространства-времени. Нам представляется, что упущенные из вида, эти соображения могут оказаться тем подводным камнем, о который могут разбиться самые изощренные построения вариантов квантовой теории гравитации.

Как, исходя из всего сказанного, оценить состояние и перспективы решения проблемы квантования гравитации? Единого мнения среди физиков-теоретиков на этот счет нет. В литературе и в выступлениях различных авторов можно найти самые разнообразные оценки: от мнений, что проблема вот-вот будет решена и не хвостает ясности лишь в мелких деталях, до убеждения, что мы все еще находимся в самом начале долгого и мучительного

пути. Это отражает многообразие точек зрения как на глубину стоящей перед нами проблемы, так и на пути ее решения. Авторам представляется, что не следует впадать в крайности: ни в коем случае нельзя упрощать ситуацию, но нет оснований и быть пессимистами. Несомненно, что проделанная многолетняя работа многому научила теоретиков. Трезвый учет достигнутого при попытке прямолинейного решения проблемы, а также результатов из смежных областей теории гравитации, ее возможных обобщений и квантовой теории позволяет надеяться, что решающий шаг будет сделан в достаточно близком будущем. Вполне может случиться, что все необходимое для такого шага у нас уже есть, но мы этого еще не осознали.

### 3.5. Размерность физического пространства-времени

**3.5.1. Проблема размерности физического пространства-времени.** Задумывался ли когда-нибудь читатель, насколько удивительна и загадочна трехмерность физического пространства или четырехмерность пространственно-временного многообразия? Действительно, давай посмотрим на мир с таких позиций. Пусть в нем существует  $N$  каких-то частиц. Тогда между ними можно ожидать  $N(N-1)/2$  симметричных отношений (расстояний), которые, вообще говоря, могли бы быть все независимыми друг от друга. Когда же мы говорим, что они находятся в  $n$ -мерном пространстве, то это означает, что положение каждой частицы характеризуется  $n$  координатами, т. е. независимыми являются только  $nN$  взаимных расстояний между частицами. В физическом пространстве реализуется случай  $n = 3$ . Почему наш мир описывается конечным числом пространственных измерений и почему эта размерность равна трем?

Мы прекрасно знаем, что такие прямолинейные вопросы в физике наиболее трудны, что их следует ставить более корректно. Даже древние греки знали, что из ничего что-либо получить нельзя, например для построения здания геометрии необходим набор аксиом, из них по определенным «правилам игры» (логическим законам) выводится все остальное. Но вернемся к размерности. Исходя из сказанного, к ней можно подходить двояко: либо следует принимать факт трехмерности пространства (четырехмерности пространства-времени) как аксиому — а это в современной физике так и делается, — либо этот

факт нужно постараться объяснить (вывести как теорему), исходя из каких-то других, более элементарных или общих физических понятий и закономерностей.

Исходя из опыта развития теоретической физики последнего столетия, наш разум не может смириться с вечным, неизблемым характером аксиомы трехмерности классического пространства. Действительно, нам уже стало очевидным, что пространство не является априорнымместилищем материи, а в своих существенных чертах определяется ее физическими свойствами (или обязано им). Так, создание специальной теории относительности связано с отказом от абсолютной (линейной) упорядоченности событий во времени, переходом к частичной упорядоченности и обязано существованию фундаментальной скорости света. Общая теория относительности, как было показано в первой главе, основана на обобщении метрических свойств пространства-времени, что оказалось связанным с наличием гравитационного взаимодействия. Квантовая теория по-новому объединила пространственно-временные отношения материи и ее динамические свойства. За прошедшие годы было затрачено много усилий на анализ всей совокупности понятий и аксиом, составляющих математическую модель физического (классического) пространства-времени. Были предприняты попытки обобщения или замены почти всех аксиом и понятий. К ним относятся, в частности, и попытки обоснования с помощью различных физических соображений размерности пространства-времени [61].

Заметим, что обсуждение проблемы размерности имеет уже длительную историю. Еще И. Кантом (1724—1804 гг.) было замечено (по-видимому, впервые), что законы обратных квадратов для гравитационной и электростатической сил связаны с трехмерностью нашего пространства. Представления же о многомерных пространствах (с размерностью  $n > 3$ ) возникли впервые в математике, и это следует рассматривать как важную веху в развитии учения о структуре физического пространства (и времени).

Трудно сказать, кому здесь принадлежит приоритет. Довольно отчетливо идеи многомерности были сформулированы в работах Германа Грассмана (1809—1877), Артура Кэли (1821—1885). Глубокие соображения о размерности физического пространства можно найти в уже упоминавшемся мемуаре Римана и в работах Маха. Так, Риман писал: «...я поставил перед собой задачу: исходя

из общего понятия о величине, сконструировать понятие многократно протяженной величины. Мы придем к заключению, что в многократно протяженной величине возможны различные мероопределения и что пространство есть не что иное, как частный случай трижды протяженной величины» [9, с. 18]. Далее везде в своем мемуаре Риман пишет именно об  $n$ -кратно протяженной величине, не конкретизируя число  $n$ . Э. Мах приводил ряд примеров из физики, где так же плодотворно использование понятия многомерности, говорил о выделенности физического пространства, уже явно ставя вопрос: «Почему пространство трехмерно?» [9, с. 83]. Между тем задолго до этого Лагранж (1736—1813) рассматривал в механике четырехмерные конфигурационные пространства.

Этот ход мысли уже несколько раз сыграл важную роль в развитии физики. Напомним три таких важных момента. Во-первых, как уже указывалось в первой главе, Риман пришел к идее искривленных пространств, произведя обобщение теории Гаусса двумерных искривленных поверхностей (переход от двух измерений к трем). Во-вторых, как отмечалось, создание специальной теории относительности было связано с переходом от независимых трехмерного пространства и одномерного времени к единому четырехмерному пространственно-временному многообразию (переход от трех измерений к четырем). В-третьих, как это будет показано ниже, физические закономерности нашего мира более естественно описывать на основе специальным образом искривленных пятимерных римановых многообразий (переход от четырех измерений к пяти). Последняя идея принадлежит Т. Калуце.

Сейчас в повестку дня теоретической физики поставлен вопрос о создании такой физической картины мира, в основу которой были бы положены некие довольно абстрактные закономерности, берущие начало из физики микромира. В такой теории классические пространственно-временные представления, справедливые для макроскопических явлений, не должны быть заложены с самого начала, а должны возникать со всеми своими свойствами на определенном этапе развития теории как нечто вторичное. Это относится и к появлению понятия размерности. Нам представляется, что построение такой теории (или достаточно оформленных ее фрагментов) явилось бы физическим обоснованием математического постулата пространственного трехмерия.

Для реализации такой программы чрезвычайно важно

суметь выявить основные закономерности, которые следует заложить в фундамент новой теории, в частности усмотреть истоки возникновения наблюдаемого пространственного трехмерия. Конструктивное исследование в этом направлении можно проводить несколькими путями.

**3.5.2. Физические особенности миров в пространстве-времени четырех измерений по сравнению с мирами в многообразиях иной размерности.** Первый путь, в котором приняли участие Эддингтон, Эренфест, Эйнштейн и многие другие, состоял в анализе физических понятий и законов в многообразиях  $1 + n$  измерений ( $n$  — число пространственных измерений). Задача ставилась следующим образом: выбирался тот или иной физический фактор (или закон), который, по мнению авторов, мог в какой-то степени претендовать на фундаментальность, и исследовалось, зависит ли он от размерности многообразия. Подробно обсуждались такие понятия (или законы), которые имеют место лишь в пространстве-времени четырех измерений или, по крайней мере, четыре — граничная размерность, начиная или кончая которой эти понятия (или законы) справедливы. Отсылая читателей к подробным обзорам и оригинальным работам [64, 69], здесь напомним лишь несколько таких факторов.

1. Четырехмерные многообразия имеют наименьшую размерность, начиная с которой теория Эйнштейна в вакууме содержательна. Содержательность уравнений Эйнштейна вида  $R_{\mu\nu} = 0$  означает, что допускается искривленность  $(1 + n)$ -мерного многообразия, которая, напомним, соответствует отличию от нуля тензора Римана — Кристоффеля. В многообразиях трех измерений тензор  $R^{\alpha}_{\beta\mu\nu}$  алгебраически выражается через  $R_{\mu\nu}$ , т. е. они обращаются в нуль одновременно.

2. Четырехмерные многообразия являются единственными, в которых уравнения Максвелла в вакууме конформно-инвариантны. Как уже отмечалось в разделе 3.3, конформная инвариантность означает, что уравнения не зависят от введения масштаба длин.

3. Как в плоском, так и в искривленном мире круговые орбиты пробных тел в центральном гравитационном поле (например, орбит планет в поле Солнца) неустойчивы в пространствах с  $n \geq 4$  и устойчивы при  $n \leq 3$ . Это означает невозможность длительного существования планетных систем вокруг звезд в пространствах размерности большей трех.

4. Только в пространстве-времени четырех измерений (и меньше) возможны устойчивые атомы. В многообразиях большего числа измерений в зависимости от более частных обстоятельств при решении уравнений типа Шредингера либо вовсе может не оказаться отрицательных уровней энергии (нет связанных состояний), либо отрицательные уровни энергии простираются до значения, равного минус бесконечности. Последнее означает, что для любого уровня есть еще более низкий, т. е. электроны в таких атомах будут бесконечно перескакивать вниз, излучая, — не будет стабильных состояний вещества.

5. Принцип Гюйгенса справедлив лишь в пространствах нечетной размерности, т. е. при  $n = 3, 5, 7, \dots$ . Несколько упрощая, принцип Гюйгенса следует понимать так, что переносимый волной сигнал достигает приемника (наблюдателя) в строго определенный момент времени; и этот сигнал не может наблюдаться после прохождения волны (нет «хвоста» или последствия от сигнала). Если же еще потребовать условие неискажаемости сигнала, то выделенным окажется лишь пространство трех измерений.

6. Квантовая электродинамика перенормируема только в пространствах с размерностью  $n \leq 3$ . Только в таких пространствах обычным образом можно избавиться от возникающих в теории бесконечностей. При больших размерностях теория становится значительно более неудовлетворительной.

7. Так называемые «жесткости» уравнений поля совпадают для гравитационного, электромагнитного и двухкомпонентного спинорного полей только при  $n = 3$ . Для детального знакомства с этим интересным понятием мы отсылаем читателя либо непосредственно к работе Эйнштейна [10, с. 778], либо к обзору особенностей четырехмерия в книге одного из авторов [69].

Этот список можно существенно продолжить.

При совместном рассмотрении перечисленных особенностей четырехмерного физического мира вырисовывается любопытная картина, однако следует признать, что пока нет достаточных оснований считать ни один из предложенных факторов более фундаментальным, чем простой постулат  $1 + n = 4$ . Во всяком случае, не видно, как на основе подобных факторов конструктивно развивать прообраз классического пространства-времени.

В связи с другими подходами к физической размерности, изложенными в следующих разделах, подчеркнем

три характерных момента данного подхода, которые в дальнейшем не будут иметь места:

а) здесь постулировалось, что все  $n$  пространственных измерений являются равноправными;

б) полагалось, что временноподобное измерение только одно;

в) всякий раз, когда говорилось об электромагнитном, скалярном или каком-либо другом поле, подразумевалось, что эти поля являются внешними, вводимыми негеометрическим образом.

**3.5.3. Пятимерие — обсуждение предварительных вариантов.** В начале 20-х годов возникло другое направление анализа проблемы размерности. От работ Калуцы, затем Мандела, Де Бройля, Клейна и других авторов начала развиваться единая пятимерная теория гравитации и электромагнетизма. С учетом достижений этого направления исследований возникли вопросы иного характера. Что кроется за проявлениями пятимерности физического пространственно-временного многообразия? Почему пятое измерение имеет выделенный своеобразный характер? Следует ли ограничиться лишь пятью измерениями? И т. д.

Кратко изложим суть единых пятимерных теорий. В них постулируется, что в основе математического описания нашего мира лежит пятимерное искривленное многообразие с одним временным и четырьмя пространственными измерениями. В таком многообразии метрический тензор  ${}^5G_{AB}$  (здесь и в дальнейшем индексы  $A, B, C, \dots$  принимают значения: 0, 1, 2, 3, 5) имеет 15 компонент. Они соответствуют десяти компонентам четырехмерного метрического тензора  $g_{\mu\nu}$ , четырем компонентам электромагнитного векторного потенциала  $A_\mu$ , и остается еще одна компонента. Основные уравнения полей, с которыми мы имеем дело в стандартной теории, теперь следует понимать как четырехмерные проекции пятимерных уравнений типа Эйнштейна.

Перечислим здесь основные бесспорные результаты старых вариантов пятимерных единых теорий:

1) пятнадцать пятимерных «уравнений Эйнштейна» в вакууме распадаются на систему из десяти четырехмерных стандартных уравнений Эйнштейна (электровакуумных), на систему из четырех стандартных уравнений второй пары Максвелла (без источников справа) и, вообще говоря, еще одно скалярное уравнение;

2) при выборе пространственноподобного характера

пятой координаты в правой части получающихся четырехмерных уравнений Эйнштейна присутствует обычный тензор энергии-импульса электромагнитного поля<sup>7</sup> (с нужным знаком);

3) четыре из пяти уравнений геодезических представляют собой стандартные уравнения движения электрически заряженных частиц в гравитационном и электромагнитном полях;

4) при условии независимости геометрических величин от пятой координаты допустимые в теории преобразования пятой координаты соответствуют градиентным преобразованиям в стандартной электродинамике.

Как известно, старые варианты пятимерной теории не завоевали всеобщего признания и не стали рабочим инструментом физиков. Почему? На это были серьезные причины. Напомним основные недостатки пятимерных теорий, на которые указывали Эйнштейн и другие исследователи.

1. Не был ясен физический смысл пятой координаты.

2. Искусственным представлялось условие независимости всех геометрических величин от пятой координаты. Эйнштейн писал: «Среди соображений, которые заставляют усомниться в этой теории, на первом месте стоит следующее: вряд ли разумно заменять четырехмерный континуум на пятимерный и затем искусственно налагать ограничение на одно из этих пяти измерений с тем, чтобы объяснить, почему оно не проявляет себя физически» [10, с. 347].

3. Не удавалось физически истолковать дополнительную 15-ю компоненту метрического тензора  ${}^5G_{55}$  [10, с. 367].

4. Налагалось дополнительное условие  ${}^5G_{55} = -1$ , и теория строилась на основе только 14 уравнений из пятнадцати. Одно уравнение представлялось лишним.

5. Известно, что самого Эйнштейна не удовлетворяло до конца введение волевым образом в правую часть его уравнений негеометрической величины — тензора энергии-импульса материи  $T_{\mu\nu}$ . По его мнению, это нарушает стройность и целостность геометрического подхода. Поэтому он везде, где это было возможно, избегал употребления  $T_{\mu\nu}$  внешней материи. В связи с этим он писал, что уравнения сугубо геометрической пятимерной теории «...не допускают отличных от нуля плотностей электрического заряда и тока» [10, с. 387]. «Последнее из уравнений Максвелла, выражающее равенство нулю дивергенции

контравариантной плотности электрического поля, но видимо, вообще исключает существование плотности заряда и, стало быть, электрически заряженных частиц [10, с. 497].

6. В теории получено лишь формальное единство гравитации и электромагнетизма. Как писал Эйнштейн: «Цель Калупы несомненно заключалась в том, чтобы прийти к новому физическому взгляду на гравитацию и электричество путем введения единой структуры пространства. Однако эта цель не была достигнута» [10, с. 497].

7. «...теория приводит единым путем к уравнениям гравитационного и электромагнитного полей. Однако она ничего не дает для понимания природы корпускул, как и для понимания установленных в квантовой механике результатов» [10, с. 386].

8. Имелись альтернативные варианты объединения гравитации и электромагнетизма (см. раздел 3.3), и не было ясно, какие из них следует предпочесть. В частности, Эйнштейн отмечал: «До сих пор были сделаны две довольно простые и естественные попытки связать гравитацию и электричество с помощью единой теории поля: одна — Вейлем, другая — Калупей» [10, с. 49].

В следующем разделе будет показано, что большинство этих возражений можно снять в усовершенствованном варианте пятимерной теории.

Пожалуй, все эти трудности пятимерного подхода были достаточно хорошо осознаны уже к концу 20-х годов. Тем не менее указанные выше достоинства пятимерных теорий заставляли многих исследователей все последующие годы возвращаться к идее пятимерия, пытаясь преодолеть недостатки. Было высказано много интересных идей. Несмотря на то что ни одна из них в отдельности не позволила преодолеть указанные возражения против пятимерия, неверно говорить, что эти исследования оказались бесплодными. Они дали ряд важных результатов. Назовем некоторые из них.

а. Именно исходя из соображений пятимерия впервые было записано релятивистское волновое уравнение Клейна — Фока.

б. В рамках пятимерной теории был развит метод расщепления многообразия на пятое направление и (локально) ортогональное ему четырехмерное пространство-время. Затем этот способ под названием монадного метода (см. разделы 2.8 и 2.9) или его частного представления (метода хронометрических инвариантов) был использован

в рамках четырехмерной общей теории относительности для описания систем отсчета.

в. Широко обсуждавшаяся в литературе 60—70-х годов скалярно-тензорная теория гравитации (теории Йордана, Бранса — Дикке, см. раздел 3.3) возникла из пятимерных теорий. Можно сказать, что она обязана той 15-й компоненте пятимерного метрического тензора, которая в ее старых вариантах представлялась лишней.

Кроме того, мы считаем, что в целом авторы, развивавшие пятимерные теории, были на правильном пути. Полученные ими по крупницам результаты позволили, как мы увидим в следующих разделах, сделать дальнейшие шаги в этом направлении.

**3.5.4. Возможности и недостатки единой пятимерной теории гравитации, электромагнетизма и электрически заряженной материи.** История развития различных вариантов пятимерной теории показала, что совсем не просто должным образом распорядиться обильным, если можно так выразиться, строительным материалом пятимерной геометрии: ко- и контравариантными компонентами метрического тензора  ${}^5G_{AB}$ , их первыми и более высокими производными по координатам. Возникали многочисленные вопросы, какие из этих величин или их комбинаций сопоставлять с физическими величинами и с какими именно. Кроме того, не так просто было разобратся с вопросами перехода от теории с зависимостью от пятой координаты к стандартной теории, где, как представлялось, такой зависимости нет. Оказалось, что все эти задачи вполне разрешимы, причем однозначным образом. Для их решения использованы усовершенствованные методы (1 + 4)-расщепления и конформного соответствия, возникшие в первых вариантах единых теорий поля. Полезными оказались и другие идеи, намеченные также в первых вариантах пятимерия. Не вдаваясь в подробности, кратко поясним суть использованных методов и процедур.

**1. Процедура конформного преобразования.** Анализ проблемы показал, что отождествление геометрических величин с физическими следует начинать не непосредственно с метрики  ${}^5G_{AB}$  исходного пятимерного искривленного многообразия, как это делалось раньше, а лишь после проведения процедуры конформного преобразования. В общем случае она состоит в переходе от одной метрики к другой, отличающейся от первой неким скалярным множителем, зависящим от координат (см. в п. 3.3.2

теорию Вейля). Эта процедура означает, что в обеих геометриях остаются одинаковые углы, а длины между точками различны. В данном конкретном случае оказалось, что в качестве скалярной функции следует выбрать компоненту метрики  ${}^5G_{55} = -\varphi^2$  ( ${}^5G_{AB} = \varphi^2 {}^*G_{AB}$ ). В новой метрике  ${}^*G_{55} = -1$ , как и в первых вариантах пятимерной теории, однако теперь наряду с компонентами  ${}^*G_{AB}$  старых теорий присутствует скалярная функция  $\varphi$ . Лишь после этой процедуры следует переходить к отождествлению геометрических величин с физическими.

2. Как уже отмечалось, процедура (1 + 4)-расщепления впервые была разработана еще в 30—40-х годах именно в связи с потребностью перехода от пятимерного многообразия к четырехмерному пространству-времени. За прошедшее время этот метод был значительно усовершенствован в рамках четырехмерия при разработке методов описания систем отсчета. Теперь он снова был применен к пятимерию.

3. В теории использовано условие квазицилиндричности по пятой координате, т. е. полагается, что от пятой координаты зависит только скалярное поле  $\varphi$ , тогда как физически истолкованные четырехмерные величины  $g_{\mu\nu}$  и  $A_\mu$ , получаемые из  ${}^*G_{AB}$ , не зависят от пятой координаты.

4. Как распорядиться скалярным полем  $\varphi$ ? Это зависит от того, какие цели с его помощью предполагается достигнуть. Во-первых, оказывается, скалярное поле можно грубым образом сопоставить известным видам заряженной материи, аналогично тому как скалярное поле, описываемое уравнением Клейна—Фока, в некотором приближении соответствует электронам, нуклонам и другим частицам, на самом деле описываемым уравнениями Дирака. Именно в таком подходе пятимерная теория может рассматриваться как приближенный вариант единой геометрической теории поля. В этом случае отпадает необходимость введения волевым образом в правую часть уравнений Эйнштейна и Максвелла внешней негеометрической материи (тензора энергии-импульса  $T_{\mu\nu}$  или тока  $j_\mu$ ), что так не удовлетворяло самого Эйнштейна. Во-вторых, на поле  $\varphi$  можно смотреть как на пока не открытое дополнительное фундаментальное поле. В таком подходе пятимерная теория может рассматриваться лишь как разновидность скалярно-тензорной теории типа Йордана—Бранса—Дикке. Это менее интересная задача. В этом случае введение негеометрической материи в

уравнения обязательно и нет необходимости обсуждать зависимость  $\phi$  от пятой координаты. Наконец, в-третьих, можно показать, что поле  $\phi$  может объединить в себе обе эти роли. Возможны и другие трактовки поля  $\phi$ .

5. Был найден *специальный вид зависимости  $\phi$  от пятой координаты и волновой функции  $\Psi$* , описывающей электрически заряженную скалярную материю. Характер этой зависимости соответствует пульсациям величин с некоторой ограниченной амплитудой при возрастании пятой координаты. В тех масштабах расстояний, с которыми мы имеем дело в обычной теории, малыми пульсациями по пятой координате можно пренебречь, так что явная зависимость от  $x^5$  пропадает.

Если проделать все указанные процедуры и математически реализовать сказанное, то получается теория, в которой сохраняются все достоинства прошлых вариантов пятимерных теорий и устраняется большинство из указанных в п. 3.5.3 недостатков. Действительно, рассмотрим замечания еще раз в том же порядке.

1. Физический смысл пятой координаты связан с наличием электрических зарядов у частиц, так как заряды в теории возникают в результате дифференцирования  $\phi$  по пятой координате. В классическом пределе пятая компонента 5-скорости частиц имеет смысл отношения электрического заряда к массе. Сама пятая координата в получающихся уравнениях явно не присутствует.

2. Вместо независимости величин по пятой координате использована специальная синусоидальная зависимость всех компонент метрики от  $x^5$  в конформном факторе  $\phi$ .

3. Пятнадцатая компонента метрического тензора  ${}^5G_{55}$  специальным образом связана с волновой функцией заряженного скалярного поля  $\Psi$ , т. е. именно она ответственна за геометризацию поля обычной материи.

4. В такой теории использованы все 15 уравнений поля.

5. В теории реализован замысел Эйнштейна получить правые части уравнений гравитационного поля и уравнений Максвелла из геометрических соображений.

6. Полученные 15 уравнений поля, а также их классические пределы, совпадая в основных чертах со стандартными уравнениями, за пределами области их обычного применения несколько от них отличаются.

7. Пятимерные уравнения поля имеют самое прямое отношение к первично квантованной теории хотя бы потому, что 15-е уравнение соответствует волновому уравнению типа Клейна—Фока.

8. Данная пятимерная теория естественным образом объединяется с единой теорией гравитации и электромагнетизма Вейля (см. раздел 3.3). Дело в том, что в теории существенным образом использовано понятие конформного соответствия, введенное Вейлем.

В дополнение к этому укажем, что все особенности четырехмерных теорий, о которых говорилось в § 3.5.2, соответствуют особенностям данной пятимерной теории, так как в ней электромагнитное поле и поле материи являются не внешними, а возникают из геометрических характеристик пятимерной теории поля.

Казалось бы, что все обстоит хорошо, однако ликовать рано. Вскрылись серьезные недостатки и этого варианта пятимерной теории. Так, важной особенностью полученных в теории уравнений явилось то, что из них следует одно вполне определенное значение массы покоя частицы, описываемой полем  $\Psi$ :  $m = e/2 \sqrt{k} \approx 10^{-6}$  г. Это очень большая величина по сравнению с массами реальных элементарных частиц. Таким образом, в рамках замкнутой пятимерной теории не получаются известные значения масс реальных частиц. Но этого и не следовало ожидать от подобной теории. По-видимому, это лежит за пределами ее возможностей. Напомним, что в стандартной теории обычно массы либо вводятся феноменологически, либо при гипотезе об их полевом происхождении для них получаются бесконечно большие значения. В квантовом варианте обычной теории необходима перенормировка — вычитание из одного бесконечного значения другого. В пятимерной теории вопрос стоит о вычитании из одной большой, но конечной массы другой, также конечной. Таким образом, чтобы получить наблюдаемые массы, необходимо ввести в теорию некие дополнительные факторы, которые бы соответствовали перенормировке указанной затраченной массы.

Далее, пока остается под вопросом необходимость введения в теорию дополнительного фундаментального поля в духе теории Йордана—Бранса—Дикке. Следует подчеркнуть также, что такая пятимерная теория позволяет лишь грубо описывать заряженную материю через скалярные волновые функции. Желательно так ее обобщить, чтобы материя описывалась спинорными волновыми функциями. Можно сделать и другие замечания, некоторые из них будут указаны в следующем разделе.

Мы видим, что задача физического обоснования четырехмеря наблюдаемого мира, как она понималась ранее,

значительно видоизменилась. Выявилась необходимость введения пятого пространственного измерения, которое существенно отличается от остальных четырех. Как к этому относиться? Нам представляется этот факт вполне естественным. Уже временная координата существенно отличается от пространственных (сигнатура). В формулировке общей теории относительности существенна четырехмерная симметрия, однако в то же время необходимо вводить и явное различие координат для описания систем отсчета. О равноправности обычных трех пространственных координат также можно говорить лишь в связи с симметриями рассматриваемых физических ситуаций. Например, для нас, живущих на поверхности Земли, направления вверх-вниз отличаются от направлений направо-налево и вперед-назад. Таким образом, всякая симметрия между пространственными и временными размерностями имеет ограниченный, условный характер. С этой точки зрения на пятое измерение следует смотреть как на выделенное в тех физических задачах (ситуациях), с которыми мы до сих пор имели дело. Единое описание электрических и гравитационных взаимодействий показало, что имеются обстоятельства, где проявляется уже симметрия пяти измерений.

3.5.5. 6-оптика как единая теория гравитации, электромагнетизма и электрически заряженной материи. В связи с только что сказанным возникает следующий вопрос: достаточно ли пяти измерений, или в нашем мире можно найти проявления еще больших симметрий и соответствующих им измерений? Оказывается, в настоящий момент уже накопилось значительное число фактов, свидетельствующих в пользу шестимерной теории. Укажем некоторые из них.

1. В предыдущем разделе была указана трудность в пятимерной теории при получении наблюдаемых масс заряженных частиц. Было отмечено, что нужно вводить в теорию новые понятия. Это можно сделать различными способами. В частности, можно допустить, что физическая реальность такова, что для ее описания недостаточно даже пяти измерений, рассмотренных выше; имеются еще какие-то факторы, которые эффективно можно учесть увеличением размерности еще как минимум на одно измерение. При этом, конечно, предполагается наложение специальных ограничений на зависимость от шестой координаты. Например, это можно сделать, опять предположив, что от координат  $x^5$  и  $x^6$  зависит только  $\phi$ . Непос-

редственные вычисления в духе обсужденной пятимерной теории приводят к шестимерной теории, обладающей всеми достоинствами последнего варианта пятимерной теории, но, кроме того, допускающей любые значения масс покоя заряженных частиц. Для этого, во-первых, нужно положить, что шестое измерение имеет временноподобный характер, и, во-вторых, выбрать зависимость от  $x^6$  в такой же форме, что и от координаты  $x^5$ . Тогда в теории появляется новая константа  $\beta$ . Значения масс получаются в виде  $m = \sqrt{(e^2/4k) - (\hbar\beta/c)^2}$ . Таким образом, подбирая значения константы  $\beta$ , можно получить массу покоя любой реальной частицы.

2. Сравнение такой шестимерной теории (с геометризованной заряженной материей) с аналогичной шестимерной теорией, где материя вводится как в общей теории относительности (т. е. феноменологически), показывает, что рассмотренная выше шестимерная теория является 6-оптикой. Это означает, что все материальные частицы в шестимерном многообразии распространяются как лучи света в нашем четырехмерном мире. Это любопытное обстоятельство заставило вспомнить исследования Ю. Б. Румера 50-х годов по 5-оптике [62; 63, с. 107]. В них несомненно было рациональное зерно. Неудача варианта пятимерной теории Румера была обусловлена главным образом тем, что в 5-оптике пятимерный интервал вдоль перемещения частицы полагался равным нулю ( $dI^2 = ds^2 - (dx_5)^2 = 0$ ). Это означает, что пятая компонента 5-скорости  $dx^5/ds$  равна единице, что не позволяет ввести электрический заряд частиц в уравнения движения. Ю. Б. Румер пытался найти выход из этого затруднения путем специального отождествления дополнительных компонент 5-метрики с физическими величинами:  ${}^5G_{5\mu} \sim \sim A_\mu e/mc^2$ , где  $e$  — электрический заряд частицы. Но тогда пространство оказывалось связанным со свойствами рассматриваемой частицы, т. е. становилось конфигурационным (для каждой частицы свое пространство). Кроме конфигурационного, постулировалось и универсальное пространство-время. Однако как совместить эти пространства, осталось загадкой (по-видимому, неразрешимой в рамках пятимерия). В шестимерной теории подобной проблемы не возникает.

3. Группа конформных преобразований и шестимерие. Известно, что преобразования Лоренца сначала были найдены формально как группа преобразований, относительно которой инвариантны уравнения Максвелла.

И лишь спустя некоторое время было установлено, что пространство и время образуют единое четырехмерное многообразие, в котором преобразования Лоренца представляют собой группу поворотов. Похоже, что аналогичная ситуация сложилась сейчас с шестимерием. Уже в течение ряда лет обращается внимание на то, что основные уравнения физики (для безмассовых полей) в плоском четырехмерном пространстве-времени инвариантны относительно еще более широкой (15-параметрической) группы конформных преобразований. Шестипараметрическая группа Лоренца является подгруппой этой группы. Но самое интересное состоит в том, что группа конформных преобразований (вообще говоря, нелинейная) может быть представлена в виде группы линейных преобразований (вращений) шестимерного плоского многообразия с двумя временными осями и четырьмя пространственными! Были выполнены исследования по переходу от такого плоского шестимерного многообразия к искривленному, аналогичному шагу от четырехмерного пространства-времени Минковского к пространству-времени общей теории относительности. При соответствующих уточнениях эта теория переходит в шестимерную теорию, обсужденную выше.

4. Как известно, электроны и нуклоны описываются не скалярными, а спинорными волновыми функциями. Однако оказывается, что используемые в теории поля комплексные спинорные волновые функции самым непосредственным образом связаны с пространственно-временными многообразиями как минимум пяти измерений. Об этом говорит корректное определение спиноров с помощью алгебр Клиффорда. Мы здесь не имеем возможности пояснить в деталях суть дела. Укажем лишь, что имеются основания выразить неудовлетворенность математической трактовкой структуры используемых в физике уравнений Дирака. Например, в этих уравнениях используется не полный набор  $\gamma$ -матриц (четыре вместо пяти). Но самое интересное состоит в том, что последовательная запись уравнений Дирака в пятимерном искривленном многообразии (которая позволяет геометрически ввести взаимодействие заряженных частиц не только с гравитационным, но и с электромагнитным полем) приводит к неудовлетворительным следствиям. К трактовке уравнений Дирака, автоматически учитывающей электромагнетизм, можно прийти на основе теории шести пространственно-временных измерений.

5. Еще в 30-х годах в работах В. А. Фока было показано, что в квантовомеханической задаче описания атома водорода на основе уравнения Шредингера проявляется симметрия относительно вращений не трехмерного пространства, как это можно было ожидать, а симметрия четырехмерного пространства ( $O(4)$ -симметрия). Это был удивительный результат. Однако за прошедшее время было показано, что на самом деле имеет место еще большая симметрия — относительно вращений шестимерного пространства ( $O(6)$ -симметрия).

Можно привести и другие факторы более тонкого характера, изложение которых предполагает высокую математическую и теоретическую подготовку читателя. Все они также свидетельствуют в пользу проявления шестимерия физического мира.

Мы допускаем, что до поры до времени ко всему этому можно относиться лишь как к формальным конструкциям, имеющим характер лишь другого способа изложения известных сведений. Но вдумайтесь, насколько существенно уже само признание факта параллельного существования описаний мира в рамках четырехмерного и шестимерного пространственно-временных многообразий! Где тот предел, который может склонить чаши весов в пользу того или иного способа описания? Особенно если учесть, что анализ теоретических и экспериментальных возможностей шестимерного подхода еще далеко не завершен.

**3.5.6. Замечания о физических теориях в многообразиях с размерностью, большей шести.** Читатель наверняка уже слышал о том, что в настоящий момент провозглашена программа построения теории Великого объединения всех известных полей. Возникает вопрос: как соотносить рассмотренные пяти- и шестимерные теории с такой более широкой программой? Как уже указывалось, в рамках пятимерия, объединяющего гравитационные, скалярные и электромагнитные взаимодействия, удастся получить лишь значение массы  $m = c/2\sqrt{h}$ . В рамках шестимерия можно получить любое значение массы, но в теории нет критериев для конкретизации этого значения. Очевидно, что для получения спектра масс известных частиц нужно привлечь весь комплекс взаимодействий, все открытые симметрии микромира. Это можно попытаться сделать с помощью теории в многообразии достаточно большой размерности. Такие работы сейчас начаты, причем в них постоянно обращается внимание на аналогии с пятимерной теорией Калуцы. Суще-

важным импульсом для развития этих работ явились исследования теории калибровочных полей, в частности формулировки теории гравитации как калибровочного поля. В итоге были развиты теории  $(4 + r)$ -мерных римановых многообразий с ограничениями на зависимость геометрических величин от дополнительных  $r$  координат. Чаще всего накладывались условия цилиндричности (т. е. независимости) по этим координатам. Из ранее изложенного для пятимерия ясно, что при этом возникают дополнительные четырехмерные поля, которые так или иначе можно связывать с известными (или еще неизвестными) другими полями. Таким образом, удастся формально построить варианты единой теории поля в пространстве-времени с большим числом измерений. При этом существенно используются методы  $(4 + r)$ ,  $(4 + 1 + \dots + 1)$ -расщеплений (размерной редукции) исходного многомерного многообразия на наблюдаемое четырехмерное пространство-время.

Интересной разновидностью такого сорта теорий является теория супергравитации, учитывающая суперсимметрию между вкладками бозонов и фермионов. В этой теории фактически вводится многомерное суперпространство, т. е. используемые так называемые суперполя зависят от аргументов двух типов: а) обычных чисел — координат четырехмерного пространства-времени и б) от антикоммутирующих величин — грасмановых переменных. Последние можно рассматривать как дополнительные «необычные» измерения.

Построение суперсимметричных теорий — задача довольно сложная, так как требуется объединить большое число взаимодействующих полей, причем обладающих свойством суперсимметрии (равноправием бозонов и фермионов). Ее решение может быть облегчено использованием дополнительных измерений и геометрических методов размерной редукции. Именно таким образом разрабатывается представляющийся сейчас перспективным вариант так называемой максимально расширенной супергравитации. При этом оказалось, что максимальное число измерений, при котором после размерной редукции (перехода к четырехмерию) получится разумная с точки зрения феноменологии теория, равно 11.

С другой стороны, было показано, что число 11 выделено и с точки зрения вышеупомянутого  $(4 + r)$ -мерного подхода Калуцы — Клейна. Дело в том, что минимальная калибровочная группа, которая нужна для пост-

роения объединенной теории, — это  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ . Для того чтобы дополнительные измерения позволяли описать эту группу, их минимальное число должно быть равно 7. В итоге, добавляя четыре пространственно-временных измерения, опять получаем  $7 + 4 = 11$ . Насколько серьезно можно относиться к этому совпадению, покажет будущее. Пока лишь ясно, что рассмотренные выше пяти- и шестимерные теории, объединяющие гравитационные, скалярные и электромагнитные взаимодействия, следует рассматривать как важный фрагмент будущей единой теории поля.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В третьей главе этой книги мы сделали попытку заглянуть в будущее физики пространства-времени через призму тех новых направлений, которые получили наибольшее развитие в последнее время. Конечно, заранее нельзя сказать, где именно и когда наступит решающий прорыв в новую физику. Ее закономерности действуют в реальном мире вокруг нас на своих специфических уровнях, а мы стремимся разгадать их глубинную структуру по внешним разнородным проявлениям. Это требует как от отдельных исследователей, так и от целых коллективов строгого логического анализа и критического разбора множества вариантов. При этом важно не скатываться в придумывание обобщений ради самих обобщений (их сколько угодно, и такая «деятельность» бывает порой довольно модной). Возможен ли в этих условиях целенаправленный поиск? Вера в это поддерживает всякого творческого работника и подкрепляется практическим опытом нашей работы. В начале книги мы, в частности, попытались обрисовать тенденции развития данной области науки в классическом прошлом. Затем мы обратились к более современным примерам, и перед нами раскрылась картина динамического развития научных идей, питаемых и единичными открытиями, и общим анализом структуры накопленных знаний.

Оказывается, если сначала для созревания и оформления научных идей требовались столетия, то к нашему времени темп развития несравненно ускорился, и положение меняется буквально на глазах. Вместе с тем известно много примеров, когда идея или фундаментальный результат приходили слишком рано, чтобы их могли сразу и по достоинству оценить, до конца понять и использовать во всей полноте. Не говоря уже о догадках античных мыслителей и технических проектах Леонардо да Винчи, можно вспомнить о Фохте, который опубликовал преобразование Лоренца почти за 20 лет до создания СТО, или о наличии всех предпосылок (кроме психологических) для открытия лазера к 1920 г. с введением Эйнштейном представлений о вынужденном и спонтанном

излучении. Иногда преждевременно полученный результат оставался неизвестным для физиков, а затем открывался вновь (так Дирак переоткрыл спиноры, введенные в математике задолго до него Э. Картаном). Однако лишь условия для решения какой-то проблемы созрели, прорыв в этой области непременно совершается, и его осуществляют порой сразу несколько человек, наиболее зрелых и подготовленных для этого (вспомним пример современной квантовой механики). Это один из уроков общечеловеческой практики построения научной теории.

Возможно, и в области физики пространства-времени и гравитации среди множества твердо установленных фактов, уже высказанных идей и построений сейчас все готово для очередного решающего шага, и дело только в нашей психологической инертности. Всякий специалист вместе с позитивными знаниями и умением усвоил какие-то штампы и профессиональные предрассудки своей эпохи. Для вызревания нового взгляда на реальность требуется время, и большая часть его идет просто на преодоление изживших себя представлений. Наверное, именно поэтому крупные открытия чаще всего делаются сравнительно молодыми людьми — теми из них, кто глубоко изучил свою науку, но при этом по каким-то индивидуальным причинам не утратил способности удивляться гармонии мироздания и не оказался в плену у ходовых штампов и схем.

Мы закончили изложение обзором современных успехов нашей науки, включая некоторые важные участки переднего края ее развития. Может оказаться, что долгожданный прорыв произойдет и в каком-нибудь направлении, не затронутом в третьей главе нашей книги. Мы просто не могли охватить все многообразие современных работ, включая даже многие собственные исследования, еще не нашедшие достаточного отражения в публикациях. Например, один из нас возлагает значительные надежды на разработку новой концепции пространства и времени, альтернативной как теории поля, так и теории прямого межчастичного взаимодействия, и наиболее близкой к статистической (макроскопической) трактовке пространства-времени (см. [57]). Другой делит свои симпатии между топологически сложной (многосвязной) двумерной структурой, при усреднении проявляющей свойства четырехмерного искривленного пространства-времени, и комплексными многообразиями, связанными с твисторами Пенроуза (в некотором роде с обобщением спиноров).

Третий автор развивает представления о пространстве и времени в связи с задачами релятивистской астрофизики и космологии и стремится учесть характерные симметрии в конфигурациях космических объектов. Таким образом, различия между нашими подходами не сводятся просто к разным обозначениям (в книге принято их некоторое нейтральное усреднение).

Однако даже такое развитие событий в науке, которое соответствовало бы на ближайшем этапе лишь одному конкретному поисковому направлению, никак не сможет перечеркнуть других путей. Эти пути имеют свое объективное логическое содержание и живут своей жизнью в силу нетривиального пересечения с известными фактами (иначе мы не стали бы их обсуждать). Так, пятимерные симметрии и закономерности безусловно отражают некую существенную сторону реальности, а не сводятся к случайному совпадению. Если некоторые идеи окажутся побочными ввиду конкретного характера будущего прорыва, они только временно отойдут на второй план в исследованиях; но и в таком случае рано или поздно их объективное содержание должно быть сопоставлено с будущим положением в теории, что несомненно обогатит наши знания и приведет к дальнейшему развитию науки.

В свое время Людвиг Больцман прекрасно сказал: «Нет ничего более практичного, чем хорошая теория». Принципиальные результаты в области фундаментальных исследований (а это непосредственно относится к теории пространства, времени и гравитации) не могут не иметь фундаментальных же практических приложений.

## ЛИТЕРАТУРА

### Глава I

#### Вчера

1. *Аристотель*. Физика. М.: Соцэкгиз, 1936.
2. Николай Коперник: Юбилейный сборник, посвященный 500-летию со дня рождения. М.: Наука, 1973.
3. *Льюиси М.* История физики. М.: Мир, 1970.
4. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов, т. 4. М.: Наука, 1967.
5. *Кузнецов Б. Г.* Развитие физических идей от Галилея до Эйнштейна. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
6. *Ливанов А.* Три судьбы. Постигание мира. М.: Знание, 1969.
7. *Делоне Б. Н.* Краткое изложение доказательства непротиворечивости планиметрии Лобачевского. М.: Изд-во АН СССР, 1953.
8. *Каган В. Ф.* Очерки по геометрии. М.: Изд-во МГУ, 1963.
9. Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М.: Мир, 1979.
10. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов, т. 2. М.: Наука, 1966.
11. *Клиффорд В.* Здравый смысл точных наук. М., 1910.
12. *Кузнецов Б. Г.* Эйнштейн. М.: Изд-во АН СССР, 1962.
13. *Мах Э.* Познание и заблуждение. М., 1909.
14. Об основаниях геометрии: Сборник классических работ по геометрии Лобачевского и развитию ее идей. М.: ГИТТЛ, 1956.
15. Принцип относительности: Сборник работ по специальной теории относительности. М.: Атомиздат, 1973.
16. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов, т. 1. М.: Наука, 1965.
17. *Бонди Г.* Относительность и здравый смысл. М.: Мир, 1967.
18. *Дьюрелл К.* Азбука теории относительности. М.: Мир, 1964.
19. *Ландау Л. Д., Румер Ю. Б.* Что такое теория относительности. М.: Сов. Россия, 1959.
20. *Мардер Л.* Парадокс часов. М.: Мир, 1974.
21. *Терлецкий Я. П.* Парадоксы теории относительности. М.: Наука, 1966.
22. *Шварц Дж.* Как это произошло?: Иллюстрированный рассказ о том, как теория относительности устанавливает связи причин и следствий. М.: Мир, 1955.
23. *Гернек Ф.* Альберт Эйнштейн: Жизнь во имя истины, гуманизма и мира. М.: Прогресс, 1966.
24. *Зелиг К.* Альберт Эйнштейн. М.: Атомиздат, 1964.
25. *Визгин В. П.* Релятивистская теория тяготения. М.: Наука, 1981.
26. *Паули В.* Теория относительности. М.; Л.: ГИТТЛ, 1947.
27. *Ахундов М. Д.* Концепции пространства и времени: истоки, эволюция, перспективы. М.: Наука, 1982.
28. *Делокаров К. Х.* Философские проблемы теории относительности. М.: Наука, 1973.
29. *Компанеев А. С.* Тяготение, кванты и ударные волны. М.: Знание, 1968.

30. Фок В. А. Теория Эйнштейна и физическая относительность. М.: Знание, 1967.
31. Петров А. З. Пространство-время и материя: Элементарный очерк современной теории относительности. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1963.
32. Шмутцер Э. Теория относительности: Современное представление. М.: Мир, 1981.

#### Глава II

#### Сегодня

33. Гравитация и относительность/Под ред. Х. Цзю и В. Гофмана. М.: Мир, 1965.
34. Дикке Р. Гравитация и Вселенная. М.: Мир, 1972.
35. Новейшие проблемы гравитации/Под ред. Д. Иваненко. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
36. Зоммерфельд А. Электродинамика. М.: Изд-во иностр. лит., 1958.
37. Бергман П. Загадка гравитации. М.: Наука, 1969.
38. Боулер М. Гравитация и относительность. М.: Мир, 1979.
39. Розенфельд Л. Ньютон и закон тяготения.— В кн.: У истоков классической науки. М.: Наука, 1968.
40. Сиамс Д. Физические принципы общей теории относительности. М.: Мир., 1971.
41. Кауфман У. Космические рубежи общей теории относительности. М.: Мир, 1981.
42. Природа, 1981, № 10, с. 101.
43. Земля и Вселенная, 1981, № 6, с. 79.
44. Современные проблемы гравитации. Тбилиси: Изд-во Тбил. ун-та, 1967.
45. Физическая наука и философия. М.: Наука, 1973.
46. Фридман А. А. Мир как пространство и время. М.: Наука, 1965.
47. Шама Д. Современная космология. М.: Мир, 1973.

#### Глава III

#### Завтра

48. Брагинский В. Б. Проблема обнаружения гравитационных волн.— Земля и Вселенная, 1980, № 3, с. 28—33.
49. Владимиров Ю. С. Квантовая теория гравитации.— В кн.: Эйнштейновский сборник 1972. М.: Наука, 1974, с. 280.
50. Силк Дж. Большой взрыв. М.: Мир, 1982.
51. Гуревич Л. Э., Чернин А. Д. Общая теория относительности в физической картине мира. М.: Знание, 1970.
52. Ноевиков И. Д. Эволюция Вселенной. М.: Наука, 1979.
53. Вайнберг С. Первые три минуты: Современный взгляд на происхождение Вселенной. М.: Энергоиздат, 1981.
54. Астрофизика, кванты и теория относительности: Избранные статьи из сборника, посвященного 100-летию со дня рождения А. Эйнштейна. М.: Мир, 1982.
55. Проблемы физики: классика и современность. М.: Мир, 1982.
56. Тредер Г. Теория гравитации и принцип эквивалентности: Группа Лоренца, группа Эйнштейна и структура пространства. М.: Атомиздат, 1973.
57. Владимиров Ю. С. К развитию учения о пространстве и времени.— В кн.: История и методология естественных наук. М.: Изд-во МГУ, 1981, вып. 26 (Физика), с. 76.

58. Марков М. А. О природе материи. М.: Наука, 1977, с. 199.
59. Уилер Дж. Предвидение Эйнштейна. М.: Мир, 1970.
60. Васильева М., Климонтович Н., Станюкович К. Сила, что движет мирами. М.: Атомиздат, 1978.
61. Мостепаненко А. М., Мостепаненко М. В. Четырехмерное пространство и времени. М.; Л.: Наука, 1966.
62. Румер Ю. Б. Исследования по 5-оптике. М.: Гостехиздат, 1956.
63. Пространство, время, движение: Диалектический материализм и современное естествознание. М.: Наука, 1971.
64. Eddington A. S. Fundamental theory. Cambridge, Univ. Press, 1946.

**Литература для более углубленного изучения теории гравитации**

65. Арифов Л. Я. Общая теория относительности и тяготение. Ташкент: Фан, 1983.
66. Брегинский В. Б., Мзнукин А. Б. Измерение малых сил в физических экспериментах. М.: Наука, 1974.
67. Бергман П. Г. Введение в теорию относительности. М.: Изд-во иностр. лит., 1947.
68. Борн М. Эйнштейновская теория относительности. М.: Мир, 1964.
69. Владимиров Ю. С. Системы отсчета в теории гравитации. М.: Энергоиздат, 1982.
70. Дирак П. А. М. Общая теория относительности. М.: Атомиздат, 1978.
71. Захаров В. Д. Гравитационные волны в теории тяготения Эйнштейна. М.: Наука, 1972.
72. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Релятивистская астрофизика. М.: Наука, 1967.
73. Иваницкая О. С. Лоренцев базис и гравитационные эффекты в эйнштейновой теории тяготения. Минск: Наука и техника, 1979.
74. Лэнду Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1973.
75. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. Т. 1, 2, 3. М.: Мир, 1977.
76. Мицкевич Н. В. Физические поля в общей теории относительности. М.: Наука, 1969.
77. Петров А. З. Новые методы в общей теории относительности. М.: Наука, 1966.
78. Рашевский П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Наука, 1967.
79. Синг Дж. Общая теория относительности. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
80. Фок В. А. Теория пространства, времени, тяготения. М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1961.
81. Эддингтон А. Теория относительности. Л.; М.: Гостехиздат, 1934.
82. Horský J. Úvod do teorie relativity. Pr.: SNTL, 1975.

# СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие редактора . . . . .	3
Введение . . . . .	5
Глава I. Вчера . . . . .	II
(Развитие представлений о пространстве и времени. Основные этапы создания общей теории относительности) . . . . .	8
1.1. Формирование идей относительности и представлений о Вселенной . . . . .	9
1.2. Закон всемирного тяготения . . . . .	13
1.3. От Евклида до Лобачевского . . . . .	17
1.4. От Рифана до Эйнштейна . . . . .	24
1.5. Специальная теория относительности . . . . .	30
1.6. Создание общей теории относительности (геометризация гравитационного взаимодействия) . . . . .	36
1.7. Некоторые характерные черты и особенности общей теории относительности . . . . .	41
Глава II. Сегодня . . . . .	
(Обзор основных результатов современной теории относительности) . . . . .	48
2.1. Принцип эквивалентности и гравитационное красное смещение . . . . .	48
2.2. Пространство-время Шварцшильда . . . . .	53
2.3. Движение перигелия и объяснение загадки Меркурия . . . . .	61
2.4. Отклонение лучей света гравитационным полем . . . . .	65
2.5. Явление гравитационной линзы . . . . .	69
2.6. Пространство-время вокруг вращающихся тел . . . . .	77
2.7. Явление увлечения в поле Керра . . . . .	85
2.8. Системы отсчета в общей теории относительности . . . . .	91
2.9. Монадный метод описания систем отсчета . . . . .	95
2.10. Исследование Вселенной как целого — космология . . . . .	99
Глава III. Завтра . . . . .	
(Актуальные проблемы теории гравитации. Перспективы дальнейшего развития учения о пространстве и времени) . . . . .	109
3.1. Гравитационные волны . . . . .	109
3.2. Черные дыры и релятивистская астрофизика . . . . .	123
3.3. Обобщения эйнштейновской теории гравитации . . . . .	155
3.4. Гравитация и квантовая физика . . . . .	170
3.5. Размерность физического пространства-времени . . . . .	183
Заключение . . . . .	201
Литература . . . . .	204

**Юрий Сергеевич Владимиров,  
Николай Всеволодович Мицкевич,  
Ян Хорски**

**ПРОСТРАНСТВО, ВРЕМЯ,  
ГРАВИТАЦИЯ**

Утверждено к печати  
редакционной серии  
научно-популярных изданий  
АН СССР

Редактор В. Н. Ефремов  
Редактор издательства Э. С. Павлинова  
Художник В. П. Хлебников  
Художественный редактор Н. А. Фильчагина  
Технический редактор З. В. Павлюк  
Корректоры Н. М. Вселюбская, И. А. Талай

ИБ № 28102

Сдано в набор 07.05.84.  
Подписано к печати 28.08.84.  
Т-13125. Формат 84×108<sup>1/2</sup>  
Бумага типографская № 4  
Гарнитура обыкновенная новая  
Печать высокая  
Усл. печ. л. 10,92. Усл. кр. отт. 11,13. Уч.-изд. л. 11,5  
Тираж 15 600 экз. Тип. зак. 213  
Цена 70 коп.

Издательство «Наука»  
117884 ГСП-7, Москва В-485  
Профсоюзная ул., 90.

2-я типография издательства «Наука»  
121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 10.



ИЗДАТЕЛЬСТВО  
«НАУКА»

ВЫШЛА  
ИЗ ПЕЧАТИ  
КНИГА:

**И. Л. Розенталь**  
**«Элементарные частицы  
и структура Вселенной».**

Книга профессора И. Л. Розенталя посвящена вопросам взаимосвязи физики макро- и микромира, которые вызывают все больший интерес в современной науке.

Книга состоит из трех частей. В первой части («Элементарные частицы») автор приводит краткое описание четырех фундаментальных взаимодействий (гравитационного, электромагнитного, слабого и сильного), квантовых чисел элементарных частиц, излагает основы классификации элементарных частиц, а также рассматривает проблемы, связанные с попытками создания единой теории всех взаимодействий.

Во второй части («Вселенная») рассматриваются основные элементы Вселенной (звезды, галактика, скопление галактик),

модели Вселенной, теории эволюции Вселенной.

В третьей части («Вселенная и элементарные частицы») излагаются новые проблемы: связь структуры Вселенной и фундаментальных постоянных (констант четырех взаимодействий, масс протона, нейтрона, электрона и размерности пространства).

Заказы просим направлять по одному из перечисленных адресов магазинов «Книга — почтой» «Академкнига»:  
480091 **Алма-Ата**, 91, ул. Фугманова,  
с/я 97-370005 **Баку**, ул. Джалиридзе,  
13-320093 **Днепропетровск**, проспект Ю. Гагарина, 24-734001 **Душанбе**,  
проспект Ленина, 95, 252030 **Киев**,  
ул. Пирогова, 4, 277012 **Кишинев**, про-  
спект Ленина, 148, 443002 **Куйбышев**,  
проспект Ленина, 2, 197345 **Ленинград**,  
Петрозаводская ул., 7; 220012 **Минск**,  
Генинский проспект, 72, 117192 **Москва**,  
Б.-42, Мичуринский проспект; 12; 630090  
**Новосибирск**, Академгородок, Морской  
проспект, 22-670151 **Свердловск**,  
ул. Машкина-Сибиряка, 137; 700187  
**Ташкент**, ул. Дружбы народов, 6; 450059  
**Уфа**, 59, ул. Р. Зорге, 10; 720001 **Фрунзе**,  
бульвар Дзержинского, 42; 310078  
**Харьков**, ул. Чернышевского, 87.